

Р-88

М. М. РУСИНОВ

+2

ОПТИКА

АЭРОФОТОСЪЕМОЧНЫХ ПРИБОРОВ

1952 г.



ОПТИ — НКТП — СССР — 1936

13

ЦЕНТРАЛЬНЫЙ НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ
ГЕОДЕЗИИ, АЭРОСЪЕМКИ И КАРТОГРАФИИ

М. М. РУСИНОВ

53
Э43

ОПТИКА

АЭРОФОТОСЪЕМОЧНЫХ ПРИБОРОВ

ПОД РЕДАКЦИЕЙ ПРОФ. В. С. ИГНАТОВСКОГО
члена-корреспондента Академии Наук СССР

1497
14671



ОПТИ — НКТП — СССР
ГЛАВНАЯ РЕДАКЦИЯ
ГЕОЛОГО-РАЗВЕДОЧНОЙ И ГЕОДЕЗИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ
ЛЕНИНГРАД 1936 МОСКВА

ГОС ПУБЛИЧНАЯ
НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ
БИБЛИОТЕКА СССР5556 13
631
5072

Книга Михаила Михайловича Русинова „Оптика аэрофотосъемочных приборов“ охватывает собою основы общей теории оптических приборов, аэрофотообъективы, многообъективную оптику, элементы теории трансформации, трансформирующую, развертывающую и репродукционную оптику.

В дополнениях затронуты: элементы анализа фотообъектива на основе теории Зейделя, вопрос о влиянии увеличения на качество изображения и ряд других вопросов.

Книга охватывает собой часть курса теории оптических приборов, читаемого автором в Ин-те инженеров гражд. возд. флота в течение последних 3-х лет и предназначена для лиц, владеющих элементами высшей математики.

ПРЕДИСЛОВИЕ

В последнее время оптотехника получила широкое распространение внедряясь во все виды производства, в качестве измерительных приборов, служащих, с одной стороны, исходной точкой, а с другой — контролем данного производства; кроме того оптика начинает распространяться среди широкой публики в виде разнообразных приборов. Потребитель волей неволей поставлен в необходимость ближе познакомиться с основами оптотехники, чтобы иметь возможность судить о качестве употребляемого им прибора, а также, чтобы отчетливо формулировать цель и возможность изготовления новых приборов.

Книга М. М. Русинова и преследует указанную выше цель и дает возможность потребителю (в данном случае, главным образом, предполагается применение оптики в аэросъемочных приборах) ознакомиться с теоретическими основами, служащими исходным пунктом при конструкции оптических приборов.

Принимая во внимание наше широкое строительство, а также и то важное обстоятельство, что оптотехника возникла в СССР лишь теперь, при советской власти, выход книги М. М. Русинова является тем более своевременным.

Изложив вначале оптику нулевых лучей и разного рода аберрации (гл. I—VI), автор переходит затем к своей главной теме, т. е. к теории разных оптических приборов для аэросъемки (гл. VII—XI). Эта часть представлена довольно широко, ясно и теоретически достаточно обоснована.

Не довольствуясь этим, автор включил в соответствующих местах дополнения к различным главам, затрагивающие более детальные вопросы, некоторые в оригинальном и новом изложении.

Необходимо указать, что М. М. Русинов принимал сам деятельное участие в расчетах и изготовлении объективов (им создано несколько оригинальных типов, например Лиар и др.) и потому эти дополнения, обоснованные именно практической необходимостью при расчете и являются ценными.

В. Игнатовский

ВВЕДЕНИЕ

Основной задачей аэрофотосъемки является, как известно, составление плана местности и изучение ее по фотографическим снимкам (аэроснимкам), произведенным с какого-либо летательного аппарата (самолета, дирижабля и т. п.). Характерным отличием материалов фотосъемок от материалов геодезических съемок вообще является именно наличие фотоснимков, дающих богатый материал для изучения тех или иных (геологических, геоморфологических, ботанических и др.) особенностей местности; поэтому аэрофотосъемка может преследовать две цели:

1. Составление фотоплана местности с нанесением тех или иных (смотря по назначению) характерных особенностей заснятой местности, т. е. аэрофотосъемка, преследующая дешифровочные цели.

2. Составление точного плана местности (контурного и в горизонтальных), т. е. аэрофотосъемка, преследующая картографические цели. При этом всегда возможно и объединение обеих задач.

Настоящая книга охватывает собою оптику аэрофотоаппаратов, развертывающей аппаратуры, трансформаторов и репродукционную, обслуживающую основные процессы аэрофотосъемки, предназначенной для контурной и контурно-комбинированной съемки, не затрагивая вопросов, касающихся оптики стереофотограмметрических приборов.

Анализ оптики рассматриваемых приборов базируется на общей теории оптических приборов, построенной, в свою очередь, на теории солинейного сродства; на той же самой теории солинейного сродства может быть построена и вся теория трансформации. Автором теория солинейного сродства развивается вначале совершенно самостоятельно, и результаты ее в уже законченном виде применяются затем в оптике Гаусса и теории трансформации; такое самостоятельное развитие теории солинейного сродства заимствовано автором из курса члена-корреспондента Академии наук СССР проф. В. С. Игнатовского „Элементарные основы теории оптических приборов“, Лнгр., 1933.

Книга разделена автором на две части: основной текст, представляющий из себя часть курса теории оптики аэрофотосъемочных приборов, читаемого автором в течение последних трех лет в Институте инженеров гражданского воздушного флота, и дополнения к отдельным главам, охватывающие собою ряд более глубоких вопросов общей теории оптических приборов, с которыми автору неоднократно приходилось иметь дело при деятельности в Центральном научно-исследовательском институте геодезии, аэрофотосъемки и картографии.

ОСНОВАНИЯ ТЕОРИИ СОЛИНЕЙНОГО СРОДСТВА

§ 1. Основные положения. Правило знаков

Теория солинейного сродства занимается изучением соотношений между элементами двух пространств (пространства предметов и пространства изображений), удовлетворяющих следующим положениям:

I. Каждой прямой одного пространства соответствует одна и только одна прямая в другом пространстве (сопряженные прямые), и каждой точке одного пространства соответствует одна и только одна сопряженная точка в другом пространстве.

Это положение может быть сформулировано более сжато следующим образом: каждому гомоцентрическому пучку прямых (пересекающихся в одной точке) в одном пространстве соответствует гомоцентрический пучок в другом пространстве.

Из этого положения следует, что каждой плоскости одного пространства соответствует одна и только одна плоскость другого пространства. Действительно, двум пересекающимся прямым, определяющим однозначно положение некоторой плоскости в одном пространстве, должны соответствовать две пересекающиеся прямые в другом пространстве, точно так же однозначно определяющие положение некоторой плоскости.

II. В каждом пространстве существует ось симметрии, причем обе оси суть прямые, сопряженные друг другу. Из этого положения следует, что плоскости, перпендикулярной оси в одном пространстве, соответствует плоскость, перпендикулярная оси в другом пространстве. Действительно, если бы плоскости, перпендикулярной оси (определяемой точками, расположенными симметрично относительно оси) в одном пространстве, соответствовала плоскость, не перпендикулярная оси в другом пространстве, то тем самым во втором пространстве было бы нарушено условие симметрии, что противоречит положению II.

III. Повороту меридиональной плоскости в одном пространстве (плоскости, проходящей через ось симметрии) на некоторый угол соответствует поворот сопряженной ей плоскости (меридиональной) в другом пространстве на тот же угол.

II и III положения определяют нам центрированную систему.

Прежде чем переходить к дальнейшему развитию теории солинейного сродства, основываясь на установленных нами трех основных положениях, установим так называемые правила знаков:

1. Отрезки считаются положительными, если они направлены от левой руки к правой (по направлению света) или снизу вверх, и отрицательными — в соответственных обратных случаях. В каждом отдельном случае мы будем устанавливать начало отрезка.

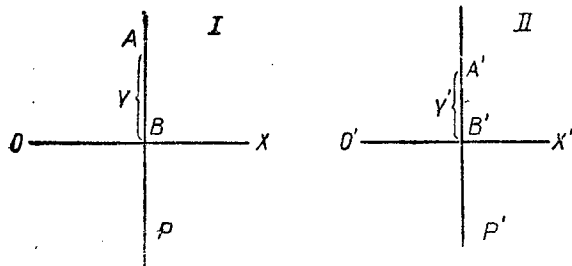
2. Углы, образуемые прямой, пересекающей ось, считаются положительными, если прямая пересекает ось сверху вниз, и отрицательными — в обратном случае.

3. Кроме того условимся обозначать все величины, относящиеся к пространству предметов, без значков, а все величины, относящиеся к пространству изображений, — с примами сверху.

§ 2. Линейное увеличение. Формула Ньютона

Условимся называть сопряженные плоскости, перпендикулярные осям, нормальными сопряженными плоскостями или, сокращенно,

просто сопряженными (имея, конечно, в виду перпендикулярность осям) (черт. 1). Обозначим пересечения сопряженных нормальных плоскостей P и P' с осями OX и $O'X'$, являющиеся сопряженными, буквами B и B' . Далее две другие сопряженные точки на плоскостях P и P' обо-



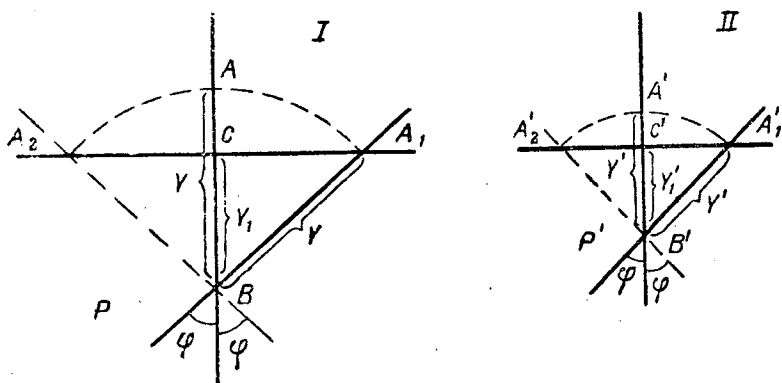
Черт. 1

значим через A и A' . Расстояния этих точек от B и B' назовем соответственно через y и y' . Докажем теперь, что отношение величин $\frac{y'}{y} = V$, носящее название линейного увеличения, не зависит от величины y и является величиной постоянной для каждой пары нормальных сопряженных плоскостей. Перейдем к доказательству (черт. 2). Представим себе вид на обе плоскости P и P' по направлению осей. Меридиональные плоскости изображаются тогда линиями AB и $A'B'$. Повернем теперь меридиональную плоскость в первом пространстве вокруг оси вправо и влево на произвольный угол φ . Тогда точка A займет соответственно положения A_1 и A_2 , определяющие некоторую прямую $A_1 A_2$, перпендикулярную прямой AB . Аналогично этому точка A' пространства II (сопряженная точке A) займет соответственно положения A'_1 и A'_2 вследствие поворота сопряженной меридиональной плоскости $A'B'$ на тот же самый угол φ вправо и влево. Таким образом, точки A'_1 и A'_2 определяют собою некоторую прямую $A'_1 A'_2$, перпендикулярную прямой $A'B'$ и сопряженную прямой $A_1 A_2$. Вследствие этого точка C пересечения прямых AB и $A_1 A_2$ и точка C' пересечения прямых $A'B'$ и $A'_1 A'_2$, сопряженных прямым AB

и A_1A_2 , будут также друг другу сопряженными. Поэтому из подобия треугольников $B'CA_1$ и $B'A_1A_1'$ можно написать

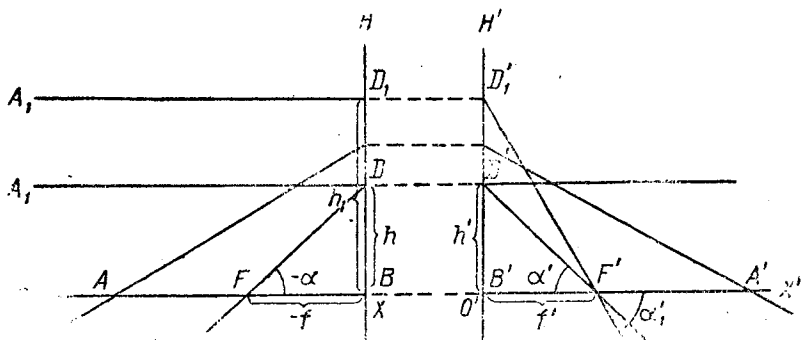
$$\frac{y_1'}{y_1} = \frac{B'C}{BC} = \frac{B'A_1'}{BA_1} = \frac{y'}{y} = V = \text{const} \quad (1)$$

чем (в виду произвольности угла φ) и доказывается постоянство линейного увеличения V для любых точек пары сопряженных



Черт. 2

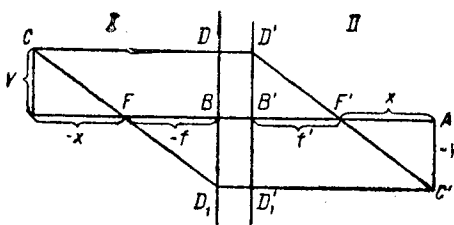
нормальных плоскостей (но не постоянство увеличения для различных пар плоскостей). Перейдем к определению понятия фокусов фокусных длин и главных плоскостей (черт. 3).



Черт. 3

OX и $O'X'$ — сопряженные оси, A и A' суть сопряженные точки. Предположим, что точка A неограниченно перемещается влево и пусть в тот момент, когда точка A уйдет на бесконечность и займет положение A_1 , сопряженная ей точка A' второго пространства займет положение, определяемое точкой F' . Тогда эту точку F' , сопряженную бесконечно удаленной точке A_1 первого пространства, называют задним фокусом. Аналогично, при удалении точки A' в бесконечность, соответственное положение точки A

определяет нам положение переднего фокуса F . Предположим далее, что точка A является вершиной некоторого гомоцентрического пучка прямых, и займемся рассмотрением некоторой прямой AC этого пучка. Тогда при удалении точки A в бесконечность и при постоянном положении точки C прямая A_1C примет положение, параллельное оси OX . Полагая, что ось $O'X'$ является продолжением оси OX , и продолжая прямую A_1C до пересечения с сопряженной ей прямой $D'F'$ пространства Π в точке D' , мы тем самым определяем положение точки D' . Проведем теперь через точку D' нормальную плоскость H' , которая носит название задней главной плоскости. Пусть этой плоскости H' соответствует в первом пространстве некоторая плоскость H , называемая передней главной плоскостью. Допустим, что прямая AC , параллельная оси, пересечет плоскость H в некоторой точке D . Тогда отрезки от точек пересечения B и B' главных плоскостей с осями (главных точек) до точек D и



Черт. 4

D' будут равны друг другу, т. е. иными словами линейное увеличение V в главных плоскостях равно единице. Из треугольников DBF и $D'B'F'$ следует

$$f' = \frac{h'}{\operatorname{tg} \alpha'} = \frac{h}{\operatorname{tg} \alpha} \quad \text{и} \quad -f = \frac{h}{-\operatorname{tg} \alpha} = \frac{h'}{-\operatorname{tg} \alpha'} \quad (2)$$

причем отрезки f и f' отсчитываются от главных точек B и B' до фокусов F и F' и носят название переднего и заднего фокусных расстояний. Следует иметь в виду, что фокусные длины не являются сопряженными друг другу. Покажем, что фокусные длины не зависят от величин h . Для этой цели возьмем какую-нибудь другую прямую A_1D_1 из гомоцентрического пучка, исходящего из бесконечно удаленной точки A_1 . Эта прямая, как и прямая A_1D , также будет параллельна оси. Точке D_1 пересечения прямой A_1D_1 с главной плоскостью H будет соответствовать на главной плоскости H' некоторая точка D_1' , причем $B'D_1'$ будет равно BD_1 (вследствие постоянства увеличения). Так как точки A_1' и F' и D_1 и D_1' суть сопряженные, то и прямые A_1D_1 и $D'F'$ также будут сопряженными. Так как величина f' осталась неизменной, то, полагая $BD_1 = h_1$, можем написать

$$f' = \frac{h}{\operatorname{tg} \alpha'} = \frac{h_1}{\operatorname{tg} \alpha'} \quad (3)$$

Совершенно аналогичную картину мы получим и для переднего фокусного расстояния f .

Перейдем к выводу формулы Ньютона (черт. 4). Пусть u будет некоторый отрезок в нормальной плоскости первого пространства. Определим сопряженный ему отрезок u' во втором пространстве. Для этой цели нам необходимо определить положение точки C' (конца изображения u'), сопряженной точке C (концу отрезка u). Пред-

ставляя точку C как вершину какого-то гомоцентрического пучка, рассмотрим две прямые из этого пучка, прямую CD , параллельную оси, и прямую CD_1 , проходящую через передний фокус F . Нетрудно видеть, что сопряженными им прямыми во втором пространстве будут прямая $D'C'$, проходящая через фокус F' (сопряженная CD), и $D'C'$, параллельная оси. Пересечение этих прямых определит нам вершину сопряженного гомоцентрического пучка, т. е. точку C' , сопряженную точке C . Из чертежа следует, из Δ -ков $B'D'F$ и $A'C'F'$,

$$\frac{A'C'}{B'D'} = \frac{F'A'}{B'F'} = \frac{x'}{f'}, \quad (4)$$

но вследствие $A'C' = -y'$ и $B'D' = BD = y$

$$-\frac{y'}{y} = \frac{x'}{f'} = -V \quad (5)$$

и из треугольников ACF и BD_1F совершенно аналогично

$$-\frac{y'}{y} = \frac{-f}{-x} = -V, \quad (6)$$

причем отрезки x и x' считаются от фокусов. Сопоставляя (5) и (6), находим

$$V = \frac{y'}{y} = -\frac{f}{x} = -\frac{x'}{f'}. \quad (7)$$

Эта формула носит название формулы линейного увеличения. Кроме того, из выражения (7) следует

$$x x' = f f' \quad (8)$$

— выражение, носящее название формулы Ньютона, которое необходимо всегда помнить.

§ 3. Формула отрезков от главных точек. Угловое и продольное увеличение

Прежде чем перейти к непосредственному разбору углового увеличения, введем условное обозначение $\text{tg} \alpha$ через α , понимая все же во всех дальнейших рассуждениях под α не угловую величину, а тангенс угла. Такое обозначение при малых α , когда можно принять $\text{tg} \alpha = \alpha$, является вполне естественным, сокращает письмо и имеет ту выгоду, что при переходе от формул солинейного сродства к формулам оптики Гаусса остается без изменения вид самих формул. В сомнительных же случаях или при наличии каких-либо иных тригонометрических функций, например \sin или \cos , мы будем снова обращаться к общепринятому обозначению тангенса.

Нами была рассмотрена формула, связывающая отрезки x и x' от фокусов F и F' до сопряженных точек A и A' (черт. 4). Установим теперь связь между отрезками b и b' (черт. 5) от главных точек V и V' .

Из чертежа имеем

$$\left. \begin{aligned} -b &= -x - f \\ b' &= x' + f' \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Определяя из (9) x и x' и подставляя в (8), находим:

$$bb' - f'b - b'f + ff' = ff',$$

откуда следует, разделяя на bb' после перенесения всех остальных членов в правую часть,

$$1 = \frac{f}{b} + \frac{f'}{b'}. \quad (10)$$

Определим отношение $\frac{b'}{b}$. На основании (9) следует

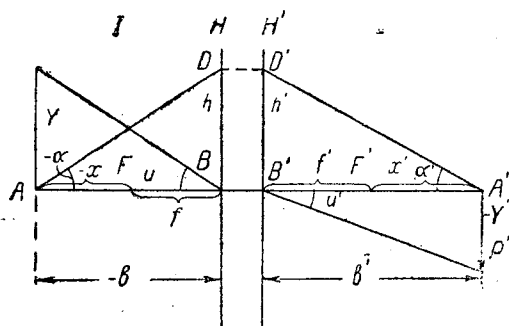
$$\frac{b'}{b} = \frac{x' + f'}{x + f}$$

или, заменяя x через x' , на основании (8) получаем

$$\frac{b'}{b} = \frac{x' + f'}{ff' + x'f} x' = \frac{x'}{f}. \quad (11)$$

Помножая и деля правую часть (11) на (8) и пользуясь (7), находим

$$\frac{b'}{b} = \frac{x'}{f} = \frac{f'}{x} = -\frac{f'}{f} V. \quad (12)$$



Черт. 5

Из чертежа (черт. 5) следует

$$\left. \begin{aligned} -\alpha &= \frac{h}{-b}; \quad \alpha' = \frac{h'}{b'} = \frac{h}{b'} \\ u &= \frac{y}{-b}; \quad u' = \frac{-y'}{b'} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Поэтому угловое увеличение в сопряженных точках A и A'

$$W = \frac{\alpha'}{\alpha}$$

будет на основании (13) и (12)

$$W = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{b}{b'} = \frac{f}{x'} = \frac{x}{f'} = -\frac{f}{f'V}, \quad (14)$$

угловое же увеличение $W_1 = \frac{u'}{u}$ в главных точках B и B'

$$W_1 = \frac{u'}{u} = \frac{b}{b'} \frac{y'}{y} = WV = -\frac{f}{f'}. \quad (15)$$

Перейдем к продольному увеличению (черт. 6). Предположим, что мы имеем в первом пространстве две произвольные точки A_2 и A_1 , определяющие собою некоторый отрезок ξ , отсчитываемый хотя бы от точки A_2 . Очевидно, что во втором пространстве будут существовать две сопряженные точкам A_2 и A_1 точки A_2' и A_1' , определяющие собою некоторый отрезок ξ' , началом кото-

рого мы будем считать точку A_2' , сопряженную начальной точке A_2 отрезка ξ . Этот отрезок ξ' является сопряженным отрезку ξ , и отношение отрезка ξ' к отрезку ξ мы будем называть продольным увеличением и условимся обозначать его через Q .

Из чертежа следует (черт. 6)

$$\left. \begin{aligned} \xi - x_1 &= -x_2 \\ \xi' + x_2' &= x_1' \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

или

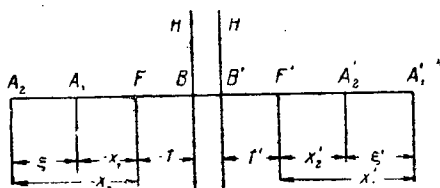
$$\left. \begin{aligned} \xi &= x_1 - x_2 \\ \xi' &= x_1' - x_2' \end{aligned} \right\}, \quad (17)$$

где x_1 и x_2 суть отрезки от переднего фокуса F до произвольных точек A_1 и A_2 , а x_1' и x_2' — отрезки от заднего фокуса F' до сопряженных точек A_1' и A_2' . Выразим отрезки x_1' и x_2' через отрезки x_1 и x_2 и фокусные длины, пользуясь формулой Ньютона (8).

Имеем

$$\left. \begin{aligned} x_1' &= \frac{ff'}{x_1} \\ x_2' &= \frac{ff'}{x_2} \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

и



Черт. 6

Вычитая из первого равенства второе, находим

$$x_1' - x_2' = ff' \left(\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2} \right) = -\frac{ff'}{x_1 x_2} (x_1 - x_2) \quad (19)$$

откуда следует, помня (17),

$$Q = \frac{\xi'}{\xi} = \frac{x_1' - x_2'}{x_1 - x_2} = -\frac{ff'}{x_1 x_2}. \quad (20)$$

Обозначая линейные увеличения в точках A_1 и A_1' и A_2 и A_2' соответственно через V_1 и V_2 , можно (20) представить в следующем виде

$$Q = -\frac{f'}{f} \frac{f^2}{x_1 x_2} = -\frac{f'}{f} V_1 V_2. \quad (21)$$

В случае, если точка A_2 неограниченно приближается к точке A_1 , отрезок x_2 стремится к величине отрезка x_1 , а увеличение V_2 неограниченно приближается к V_1 . В пределе, когда точка A_2 совпадает с точкой A_1 , продольное увеличение Q переходит в продольное увеличение в точках (элементарное продольное увеличение), обозначаемое через q . Тогда, так как V_2 станет равным V_1 , можем написать

$$q = \lim_{\xi \rightarrow 0} Q = -\frac{f'}{f} V_1 \lim_{\xi \rightarrow 0} V_2 = -\frac{f'}{f} V_1^2 \quad (22)$$

или, на основании (14), заменяя V_1 через V ,

$$q = \frac{V}{W} \quad (23)$$

или

$$W = \frac{V}{q}, \quad (24)$$

откуда следует, что угловое увеличение равно отношению линейного увеличения к продольному увеличению в точке. Возвратимся к формуле (14). Полагая угловое увеличение W равным единице, мы определим так называемые узловые точки. Для узловых точек на основании (14) будем иметь

$$x = f' \text{ и } x' = f, \quad (25)$$

вследствие того, что $W = 1$.

Далее из (14), помня, что $V = \frac{y'}{y}$, получаем следующее замечательное соотношение

$$y'a'f' = -yaf, \quad (26)$$

из которого впоследствии мы получим инварианту Лагранж-Гельмгольца.

§ 4. Сложная система. Телескопическая система

Из формулы (14) § 3 следует:

$$\alpha' = W\alpha = -\frac{fa}{f'V}. \quad (27)$$

Займемся величиной $\frac{1}{V}$. Пользуясь (7) и определяя $-x$ из (9),

$$\frac{1}{V} = -\frac{x}{f} = \frac{f-b}{f} = 1 - \frac{b}{f}. \quad (28)$$

Вставляя (28) в (27), получаем, помня, что $ab = h$ (формула 13),

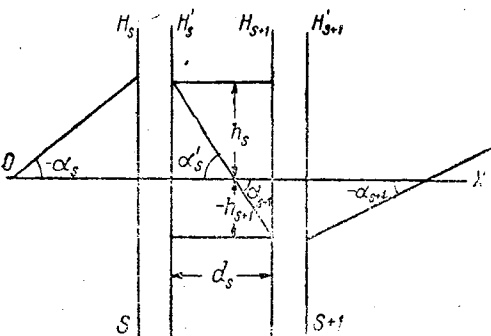
$$\begin{aligned} \alpha' &= -\frac{f}{f'}\alpha + \frac{ba}{f'} = \\ &= -\frac{f}{f'}\alpha + h\varphi, \end{aligned} \quad (29)$$

где величина φ

$$\varphi = \frac{1}{f'} \quad (30)$$

носит название силы системы. Предположим, что мы имеем сложную систему, состоящую из ряда простых систем (черт. 7).

Рассмотрим две какие-либо последовательно расположенные системы с номерами s и $s+1$, имеющие общую ось OX . Из чертежа нетрудно видеть, что пространство изображений после „ s “ системы является пространством предметов для $s+1$ системы и вследствие этого тангенс угла выхода α'_s прямой из „ s “ системы является тангенсом угла входа той же самой прямой для $s+1$ системы. Вместе с тем на основании (29) мы легко можем определить тангенс угла



Черт. 7

выхода прямой из системы „ s “, зная тангенс угла входа α_s , высоту h_s и фокусные длины f_s и f'_s . Действительно

$$\alpha_{s+1} = \alpha'_s = -\frac{f_s}{f'_s} \alpha_s + h_s \varphi_s. \quad (31)$$

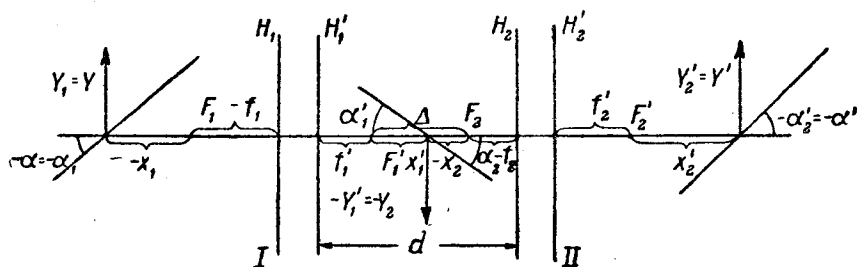
Для того чтобы иметь возможность определить тангенс угла выхода после $s+1$ системы, нам необходимо определить h_{s+1} (фокусные длины всех систем полагаем известными, равно как и расстояние d между системами). Из чертежа имеем

$$\frac{h_s - h_{s+1}}{d_s} = \alpha_{s+1}, \quad (32)$$

откуда следует

$$h_{s+1} = h_s - \alpha_{s+1} d_s. \quad (33)$$

Пользуясь последовательно (31) и (33) для целого ряда систем, составляющих в совокупности сложную систему, мы, зная координаты



Черт. 8

наты какой-либо прямой перед этой системой, всегда сможем определить координаты сопряженной прямой после всей сложной системы. Если же прямая, расположенная перед сложной системой, была выбрана нами параллельной оси на каком-то расстоянии h от нее, то, определив тангенс угла сопряженной прямой после всей системы, мы, пользуясь правилами определения фокусных длин, установленных нами в § 2, на основании формулы (2) легко можем определить заднюю фокусную длину всей системы и, проследив обратным путем прямую, параллельную оси после всей системы, определить переднюю фокусную длину.

Перейдем к разбору системы телескопической, определяя ее как систему, имеющую постоянное постоянное линейное увеличение ($V = \text{const}$). Предположим, что мы имеем две системы I и II (черт. 8), имеющие соответственно фокусные длины f_1, f'_1 (I система) и f_2, f'_2 (II система).

Допустим, что перед первой системой мы имеем предмет $u_1 \equiv u$ на расстоянии x_1 от ее переднего фокуса F_1 . Изображением этого предмета пусть будет некоторое u'_1 , лежащее на расстоянии x'_1 от заднего фокуса F'_1 первой системы. Это изображение u'_1 после первой системы будет являться предметом u_2 для второй системы,

так что мы будем иметь $y_1' = y_2$. Пусть это изображение $y_1' = y_2$ будет расположено на расстоянии x_2 от переднего фокуса F_2 второй системы и его изображением будет некоторое $y' = y_1'$, расположенное на расстоянии x_2' от заднего фокуса F_2' второй системы.

Нетрудно видеть, что это изображение $y_2' = y'$ будет являться в свою очередь также и изображением предмета $y_1 = y$ через всю составную систему, составленную из обеих наших систем I и II. Обозначим, далее, расстояние между задней главной плоскостью H_1' первой системы и передней главной плоскостью H_2 второй системы через d , а расстояние между фокусами (носящее название оптического интервала) F_1' и F_2 через Δ . Напишем выражение для линейных увеличений каждой из составляющих систем отдельно.

На основании (7) § 2 пишем:

$$\left. \begin{aligned} V_1 &= \frac{y_1'}{y_1} = -\frac{f_1}{x_1} = -\frac{x_1'}{f_1'} \\ V_2 &= \frac{y_2'}{y_2} = -\frac{f_2}{x_2} = -\frac{x_2'}{f_2'} \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

Перемножая (34), получаем

$$V_1 V_2 = \frac{y_1' y_2'}{y_1 y_2} = \frac{x_1' f_2}{f_1' x_2} \quad (35)$$

С другой стороны, помня, что $y_1 = y$, $y_1' = y_2$ и $y_2' = y'$, можем написать

$$V_1 V_2 = \frac{y_1' y_2'}{y y_1'} = \frac{y'}{y} = V = \frac{f_2 x_1'}{f_1' x_2}, \quad (36)$$

т. е. иными словами линейное увеличение всей системы равно произведению линейных увеличений составляющих систем.

Далее из чертежа следует, что оптический интервал Δ равняется

$$\Delta = x_1' - x_2, \quad (37)$$

откуда

$$x_1' = \Delta + x_2. \quad (38)$$

Налагая на линейное увеличение всей системы V условие постоянства и вставляя (38) в (36), находим

$$V = \frac{f_2}{f_1'} \left(1 + \frac{\Delta}{x_2} \right) = \text{const.} \quad (39)$$

Нетрудно представить себе, что каждому значению x_1 соответствует по формуле Ньютона некоторое вполне определенное значение x_1' и вследствие (38) некоторое вполне определенное значение x_2 . Поэтому условие постоянства линейного увеличения всей системы независимо от положения предмета возможно только в том случае, когда множитель $1 + \frac{\Delta}{x_2}$ в формуле (39) окажется независимым от x_2 (вследствие постоянства фокусных длин f_2 и f_1'). Это условие выполнимо только в том случае, когда оптический интервал Δ равен нулю, что является требованием совпадения фокусов F_1' и F_2 .

В этом случае линейное увеличение V будет равно

$$V = \frac{f_2}{f_1'} = \text{const} \quad (40)$$

при условии, что

$$\Delta = 0. \quad (41)$$

Из чертежа следует

$$d = f_1' + \Delta - f_2. \quad (42)$$

Для системы телескопической ($V = \text{const}$; $\Delta = 0$) будем иметь

$$d = f_1' - f_2, \quad (43)$$

т. е. расстояние между составляющими системами должно быть равно разности между

задним фокусным расстоянием передней системы и передним фокусным расстоянием задней системы.

Перейдем к рассмотрению углового увеличения телескопической системы. Напишем угловые увеличения для составляющих систем

$$\left. \begin{aligned} W_1 &= \frac{\alpha_1'}{\alpha_1} = -\frac{f_1}{f_1' V_1} \\ W_2 &= \frac{\alpha_2'}{\alpha_2} = -\frac{f_2}{f_2' V_2} \end{aligned} \right\} \quad (44)$$

Перемножая (44) и помня, что $\alpha_1 = \alpha$; $\alpha_1' = \alpha_2$ и $\alpha_2' = \alpha'$, получаем, имея в виду (40),

$$W_1 W_2 = \frac{\alpha_1' \alpha_2'}{\alpha_1 \alpha_2} = \frac{\alpha'}{\alpha} = W = \frac{f_1 f_2}{f_1' f_2' V_1 V_2} = \frac{f_1 f_2}{f_1' f_2' V} = \frac{f_1 f_2 f_1'}{f_1' f_2' f_2} = \frac{f_1}{f_2'} = \text{const}, \quad (45)$$

т. е. что угловое увеличение телескопической системы постоянно и равно отношению передней фокусной длины передней системы к задней фокусной длине задней системы.

Перейдем к продольному увеличению (черт. 9).

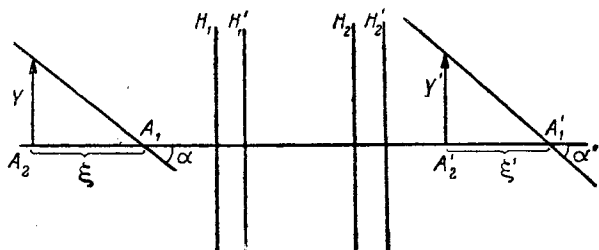
Из чертежа имеем

$$\left. \begin{aligned} \xi &= \frac{y}{\alpha} \\ \xi' &= \frac{y'}{\alpha'} \end{aligned} \right\} \quad (46)$$

причем (как и ранее в § 3) ξ — отрезок между некоторыми произвольными точками A_2 и A_1 , а ξ' — сопряженный ему отрезок между точками A_2' и A_1' , сопряженными точками A_2 , A_1 .

Составляя выражение продольного увеличения Q , как отношения отрезка ξ' к ξ , находим, пользуясь (46),

$$Q = \frac{\xi'}{\xi} = \frac{y' \alpha}{y \alpha'} = \frac{V}{W} = \frac{f_2 f_2'}{f_1' f_1} = \text{const}, \quad (47)$$



Черт. 9

т. е., что продольное увеличение телескопической системы постоянно и равно отношению произведения обеих фокусных длин второй системы к произведению обеих фокусных длин первой системы или что продольное увеличение равно отношению линейного увеличения к угловому.

Определим фокусные длины телескопической системы. Для любой системы мы имеем (7) § 2

$$V = -\frac{x'}{f}. \quad (48)$$

В нашем случае линейное увеличение постоянно и не зависит от величины x' . Это возможно только тогда, когда

$$\frac{dV}{dx'} = 0 = -\frac{1}{f}, \quad (49)$$

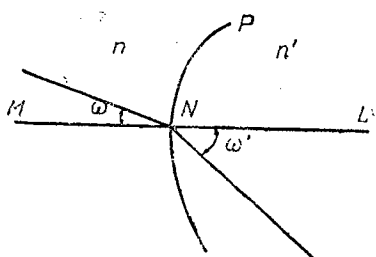
что возможно лишь в случае $f = \infty$. Переворачивая систему, мы совершенно аналогично находим, что и $f = \infty$. В силу того, что обычно $V = 1$, мы приходим к заключению, что главные плоскости телескопической системы не могут находиться на конечном расстоянии от системы и следовательно находятся в бесконечности.

ГЛАВА II

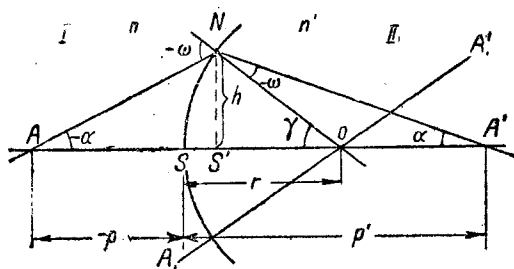
ОПТИКА НУЛЕВЫХ ЛУЧЕЙ (ОПТИКА ГАУССА)

§ 5. Инварианта Аббе. Инварианта Лагранж — Гельмгольца

Предположим, что мы имеем две среды I и II с коэффициентами преломления n и n' , разделенные некоторой преломляющей поверх-



Черт. 10



Черт. 11

ностью P (черт. 10), и MN есть нормаль к этой поверхности в точке преломления луча N . Из физики по закону Снеллиуса—Декарта имеем

$$n \sin \omega = n' \sin \omega', \quad (50)$$

где ω и ω' суть углы падающего и преломленного луча с нормалью. При малых ω , пренебрегая разностями между ω и $\sin \omega$ и между ω' и $\sin \omega'$, закон преломления представляется в следующем виде:

$$n \omega = n' \omega'. \quad (51)$$

Разберем явление преломления на некоторой сферической поверхности S радиуса r , причем радиус считается положительным от вершины поверхности (черт. 11).

Как и ранее n и n' коэффициенты преломления до и после преломляющей поверхности. A — светящаяся точка, лежащая на оси AO , причем точка O является центром нашей преломляющей поверхности. Проведем из точки A некоторый произвольный луч ANA_1' , преломленный в точке N и образующий малые углы падения ω и пересечения с осью α , следствием чего является малость угла преломления ω' , угла γ нормали ON с осью AO и угла α' пересечения преломленного луча NA' с осью, а также малость величины h .

Действительно, пренебрегая отрезком SS' как величиной высшего порядка малости, из треугольников ANS' , $NS'O$ и $NS'A'$ следует

$$\alpha = \frac{h}{p}; \quad \gamma = \frac{h}{r}; \quad \alpha' = \frac{h}{p'}, \quad (52)$$

т. е. следствием малости α является малость h , а следовательно и величин γ и α' . С другой стороны из треугольников ANO и NOA' находим

$$\left. \begin{aligned} -\omega &= \gamma - \alpha \\ \gamma &= -\omega' + \alpha' \end{aligned} \right\} \quad (53)$$

Определяя из (53) ω и ω' и подставляя в (51), находим

$$n(\alpha - \gamma) = n'(\alpha' - \gamma). \quad (54)$$

Заменяя α , γ и α' в (54) на основании (52), получаем, сокращая на h , так называемую инварианту Аббе

$$n\left(\frac{1}{p} - \frac{1}{r}\right) = n'\left(\frac{1}{p'} - \frac{1}{r}\right). \quad (55)$$

Из (55) следует, что положение точки A' определяется исключительно положением точки A и постоянными величинами и совершенно не зависит (конечно только для случая малых углов) от величины углов с осью, т. е. иными словами всякий луч (образующий малые углы с осью), проходящий через точку A , непременно пройдет и через точку A' , что как-раз и является условием сопряженности точек A и A' , выбранных нами совершенно произвольно.

Проделав те же самые рассуждения для какой-либо другой произвольной оси, например A_1A_1' , мы точно так же придем к выводу, что гомоцентрическому пучку лучей, исходящих из точки A_1 , будет соответствовать пучок, имеющий вершину в точке A_1' , сопряженной точке A_1 , откуда уже не трудно установить, что пространства I и II обладают всеми свойствами солинейного сродства для так называемых нулевых лучей (параксиальных), обладающих малыми углами пересечения с осью и малыми углами падения и преломления.

Перейдем к определению фокусных длин одной преломляющей поверхности. Вследствие того, что высота h принадлежит как первому, так и второму пространству, обе главные плоскости должны проходить через точку N или, пренебрегая SS' , должны быть касательными в точке S . Если мы отнесем точку A в бесконечность, т. е. придадим отрезку p_1 значение, равное бесконечности, поло-

жение точки A' определит нам задний фокус, а величина отрезка p' — заднюю фокусную длину f' .

На основании (55) следует

$$-\frac{n}{r} = n' \left(\frac{1}{f'} - \frac{1}{r} \right), \quad (56)$$

откуда определяем

$$f' = \frac{n' r}{n' - n}. \quad (57)$$

Совершенно аналогично, полагая в (55) $p' = \infty$, определяем f

$$f = \frac{n r}{n - n'}. \quad (58)$$

Разделив (57) на (58), находим

$$-\frac{f'}{f} = \frac{n'}{n}. \quad (59)$$

Из (26) § 3 следует

$$\frac{y' \alpha'}{y \alpha} = -\frac{f}{f'} = \frac{n}{n'}, \quad (60)$$

откуда получаем инварианту Лагранж — Гельмгольца

$$y' \alpha' n' = y \alpha n. \quad (61)$$

Предположим, что наша преломляющая поверхность „S“ является поверхностью некоторой системы (черт. 12).

Нетрудно видеть, что коэффициентом преломления n_{s+1} перед „s+1“ поверхностью будет являться коэффициент преломления $n_{s'}$ после „s“ поверхности. Как и ранее [§ 4 формула (31)] будет иметь место равенство $\alpha_{s+1} = \alpha_{s'}$, а также и равенство $y_{s+1} = y_{s'}$ (предметом для последующей поверхности является изображение от предыдущей). В силу этого можно написать, развивая (61) в обе стороны,

$$\begin{aligned} y'_s \alpha'_s n'_s &= y_s \alpha_s n_s = y_{s+1} \alpha_{s+1} n_{s+1} = \dots = \\ &= y_1 \alpha_1 n_1 = \dots = y'_m \alpha'_m n'_m, \end{aligned} \quad (62)$$

где под величинами $y'_m \alpha'_m n'_m$ понимаются величины $y' \alpha' n'$ после всей системы. С другой стороны, (26) § 3 справедливо также для всей системы. Разделив (26) на (60), получаем для всей системы

$$\frac{f'}{n'_m} = -\frac{f}{n} \quad (63)$$

или

$$\frac{f}{f'} = -\frac{n}{n'_m} = -\frac{n}{n'}, \quad (64)$$

т. е. отношение фокусных длин системы, равной отношению коэффициентов преломления до и после системы. В случае, если система находится в воздухе, мы имеем

$$n_1 = n_m' = 1 \quad (65)$$

и тогда

$$f = -f'. \quad (66)$$

Обратимся к (31) § 4. Заменяя $\frac{f_s}{f_s'}$ через $\frac{n_s}{n_{s+1}}$ на основании (60) получаем, определяя φ_s из (57),

$$\alpha_{s+1} = \frac{n_s}{n_{s+1}} \alpha_s + h_s \frac{n_{s+1} - n_s}{n_{s+1} r_s}. \quad (67)$$

Формула же (63) § 4 остается без изменения

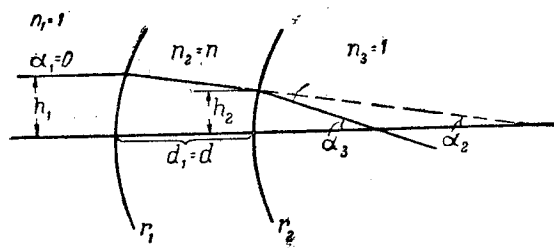
$$h_{s+1} = h_s - \alpha_{s+1} d_s. \quad (68)$$

Формулы (67) и (68) позволяют нам производить последовательное определение величин α_s и h_s , если нам известны постоянные системы: т. е. коэффициенты преломления стекол, радиусы кривизны поверхностей, толщина линз и воздушные промежутки между линзами, т. е. определять в конечном результате фокусные длины и увеличение всей системы. Следует иметь в виду, что величины h и α могут быть и конечными величинами, взятыми из теории солинейного сродства в том случае, если мы будем употреблять их для вычисления отрезков на оси системы и увеличений.

§ 6. Простая линза в воздухе. Система из 2-х линз

Предположим, что мы имеем простую линзу в воздухе. В этом случае мы будем иметь две преломляющие поверхности с радиусами r_1 и r_2 , причем $n_1 = n_3 = 1$.

Обозначим коэффициент преломления стекла n_2 через n , а толщину линзы d_1 через d (черт. 13). Полагая, как это мы делали в § 2, $\alpha_1 = 0$, определим на основании (67) α_2 . Будем иметь



Черт. 13

$$\alpha_2 = h_1 \frac{n-1}{n r_1}.$$

Определим h_2 . На основании (68) имеем

$$h_2 = h_1 - \alpha_2 d = h_1 \left(1 - \frac{n-1}{n r_1} d \right).$$

Определим α_3 . Пользуясь снова (67), находим

$$\begin{aligned} \alpha_3 &= \frac{n_2}{n_3} \alpha_2 + h_2 \frac{(n_3 - n_2)}{n_2 r_2} = n h_1 \frac{n-1}{n r_1} + h_1 \left(1 - \frac{n-1}{n r_1} d \right) \frac{1-n}{r_2} = \\ &= h_1 \left[(n-1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) + \frac{(n-1)^2 d}{n r_1 r_2} \right]. \end{aligned}$$

Разделяя обе части на h_1 , находим, помня что $\frac{h_1}{\alpha_3} = f$,

$$\varphi = \frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) + \frac{(n-1)^2}{n r_1 r_2} d. \quad (69)$$

Переднюю фокусную длину f нетрудно определить по (66). Сделаем численный пример. Дано: $r_1 = \infty$ (первая поверхность плоскость); $f = 100$ мм; коэффициент преломления $n = 1,5163$ (боросиликатный крон, сорт С-14). Определить величину r_2 . Из (69) следует

$$\frac{1}{100} = -\frac{0,5163}{r_2},$$

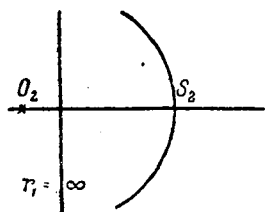
откуда

$$r_2 = -51,63.$$

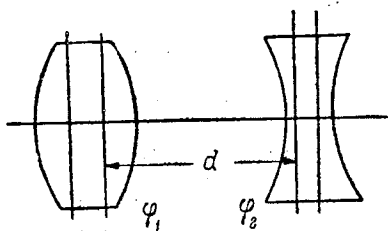
Радиус r_2 имеет знак минус. Это означает, что центр второй поверхности расположен влево от ее вершины, как это показано на чертеже 14.

Нетрудно видеть, что мы получим плоско выпуклую линзу.

В случае, если $d=0$ (или практически достаточно мало), мы получаем упрощенное выражение для силы линзы



Черт. 14



Черт. 15

$$\varphi = (n-1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right), \quad (70)$$

причем тогда

$$h_2 = h_1 = h.$$

Нетрудно видеть, что в этом случае, как и в случае одной поверхности, главные плоскости совпадают с самой линзой.

Займемся системой из двух линз в воздухе (черт. 15). На основании (66) будем иметь:

$$f_1 = -f_1' \text{ и } f_2 = -f_2'. \quad (71)$$

В этом случае формула (31) § 4 преобразовывается

$$\alpha_{s+1} = \alpha_s + h_s \varphi_s. \quad (72)$$

Полагая $\alpha_1 = 0$, находим α_2

$$\alpha_2 = h_1 \varphi_1. \quad (73)$$

Определяем h_2 .

$$h_2 = h_1 - \alpha_2 d = h_1 (1 - \varphi_1 d). \quad (74)$$

Далее находим

$$\alpha_3 = \alpha_2 + h_2 \varphi_2 = h_1 [\varphi_1 + (1 - \varphi_1 d_1) \varphi_2] = h_1 (\varphi_1 + \varphi_2 - d \varphi_1 \varphi_2), \quad (75)$$

откуда сила сложной системы

$$\varphi = \frac{1}{f} = \frac{\alpha_3}{h_1} = \varphi_1 + \varphi_2 - d \varphi_1 \varphi_2. \quad (76)$$

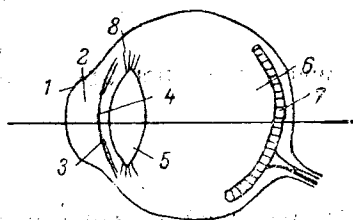
ГЛАВА III

ГЛАЗ

§ 7. Устройство глаза. Аккомодация. Разрешающая сила глаза с физиологической точки зрения

Во многих случаях изображение, даваемое оптической системой, непосредственно рассматривается глазом, который является как бы продолжением оптической системы (например изображение, даваемое оптикой визира, стереоскопа и т. п.), и потому некоторое знакомство с устройством глаза необходимо.

Глаз устроен следующим образом (черт. 16). В передней части глаза расположена твердая прозрачная роговая оболочка, или так называемая роговица. За роговицей находится камера 2, ограниченная с задней стороны непрозрачной радужной оболочкой 3 с отверстием в ней 4, называемым зрачком. Камера 2 заполнена прозрачною водянистою жидкостью. Позади радужной оболочки помещается хрусталик 5, состоящий из прозрачного хрящевидного вещества слоистого строения, могущий сжиматься и растягиваться под действием охватывающей его мышцы 8. Кроме того, величина зрачка (отверстие в радужной оболочке) так же может изменяться в пределах от 2-х до 7-ми мм под действием мышц, из которых составлена радужная оболочка. За хрусталиком расположена камера 6, ограниченная с задней стороны сетчатой оболочкой 7 (сетчаткой), заполненная стекловидною влагой. Сетчатая оболочка состоит из большого числа светочувствительных элементов, называемых колбочками, являющихся окончаниями зрительных нервов и передающих по ним зрительное впечатление (ощущение света) в мозг. Коэффициенты роговицы, жидкости, помещающейся в камере 2, и стекловидной влаги в камере 6 равны друг другу и близки к коэффициенту преломления воды. Таким образом действие хрусталика подобно действию линзы, погруженной в воду. Задний фокус роговицы и хрусталика (оптической системы глаза) расположен (в случае нормального глаза) на сетчатке, в том случае, когда мышцы хрусталика не напряжены. Совершенно очевидно, что в таком состоянии глаз приспособлен к рассмотрению весьма удаленных точек, или, как говорят, глаз аккомодирован на бесконечность. В случае же, когда хрусталик сжат своими мышцами, зад-



Черт. 16

ний фокус оптической системы глаза смещается с сетчатки, и на нее попадают изображения точек, расположенных на конечном расстоянии от глаза. В этом случае говорят, что глаз аккомодирован на конечное расстояние.

В случае, если изображения от каких-либо двух точек попадут на один элемент (колбочку) сетчатки, элемент получает только одно раздражение, и таким образом получается впечатление, как и от одной точки. Глаз, как говорят, не разрешает наблюдаемые две точки.

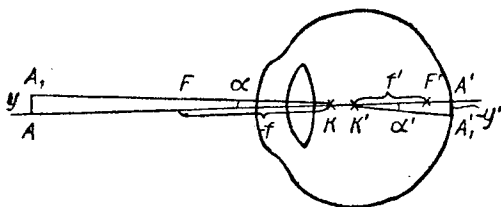
В случае же, если изображения от этих двух точек попадут на две колбочки, то мы получим зрительное впечатление двух точек.

Нетрудно видеть, что разрешение точек глазом будет зависеть от величины расстояния между изображениями точек на сетчатке

и от величины диаметра колбочек и будет еще возможным в случае равенства этих величин.

Поясним сказанное на чертеже (черт. 17).

A и A_1 — наблюдаемые точки, A_1' и A' — их изображения на сетчатке, F и F' — передний и задний фокусы оптической системы глаза, K и K' — узловые точки.



Черт. 17

Величина диаметра колбочек близка по Гельмгольтцу к $0,005$ мм, поэтому, если расстояние $A'A_1' = -y'$ между изображениями двух рассматриваемых точек не менее $0,005$ мм, то глаз еще способен их разрешить.

Определим величину наименьшего угла α , под которым еще возможно разрешение точек A и A_1 . Полагая точки K и K' узловыми, тем самым устанавливаем, что $\alpha = \alpha'$ и что $x' = f$ — передней фокусной длине глаза (25) § 3.

Таким образом, пользуясь чертежом и пренебрегая величиной $F'A'$ по отношению к величине передней фокусной длины, находим

$$\alpha = \alpha' = \frac{A'A_1'}{-f} \quad (77)$$

и, численно полагая f по Гельмгольтцу равным $-15,4$ мм,

$$\alpha = \frac{0,005}{15,4} \cong 0,0003 \quad (77a)$$

и в минутах

$$\alpha \cong 1'.$$

Таким образом мы находим, что угловая разрешающая сила глаза близка к одной минуте.

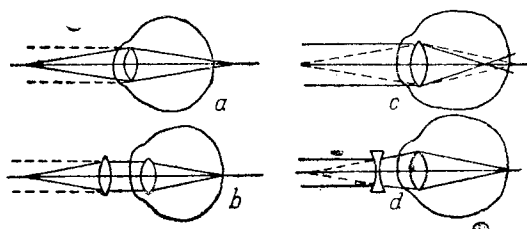
Перейдем к рассмотрению недостатков глаза. Основными недостатками глаза являются:

1. Дальнозоркость, или отсутствие аккомодации вследствие потери упругости (в старости) мышц хрусталика. В этом случае глаз получает на сетчатке изображения только от удаленных предметов, изображения же близких предметов находятся за сетчаткой. Испра-

вляется этот недостаток при помощи помещения перед глазом линзы, отбрасывающей изображение рассматриваемого предмета на бесконечность, которое затем уже и рассматривается глазом (черт. 18a и 18b).

2. Близорукость обычно является следствием того, что камера близорукого глаза длиннее камеры нормального глаза и вследствие этого изображения удаленных предметов находятся перед сетчаткой. Изображения же предметов близких попадают на сетчатку (черт. 18c).

Исправляется близорукость тем, что перед глазом помещают отрицательную линзу, которая переносит изображение от удаленных предметов на конечное расстояние, которое затем уже и рассматривается глазом (черт. 18d).



Черт. 18

Расстоянием наилучшего зрения для глаза при визировании на конечное расстояние является расстояние в 250 мм, когда accommodation еще не перенапряжена¹.

ГЛАВА IV

ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ ТЕОРИИ ОПТИЧЕСКИХ ПРИБОРОВ

§ 8. Зрочки и люки

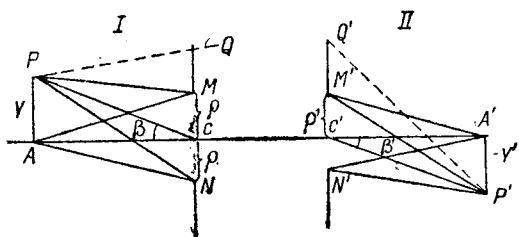
Следует иметь в виду, что, переходя к разбору свойств различных оптических приборов, нам придется иметь дело с оптическими системами, дающими плоское, резкое и неискаженное изображение и для больших углов лучей с осью, т. е. с системами, которые должны удовлетворять основным законам теории солинейного средства.

В силу этого мы можем пользоваться всеми формулами солинейного средства и для больших углов и высот.

До сих пор мы рассматривали оптические системы, совершенно не обращая внимания на то, каким образом ограничивается ход лучей через систему.

Так как всякий оптический прибор имеет конечные размеры, то и его оптическая система будет обладать некоторым отверстием, ограничивающим пучки лучей, входящие в систему (черт. 19), обычно круглой формы

Черт. 19



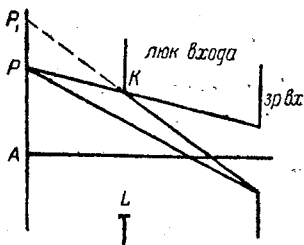
¹ Helmholtz, Physiolog. Optik. 3-te Aufg. 1909.

Мурашкинский, Майзель, Мильк и Мерц. Офтальмологическая оптика.

и центрированным около оси, вследствие симметрии системы вокруг оси.

Таким отверстием может явиться оправа первой линзы. Отверстие, обладающее этим свойством, носит название зрачка входа оптической системы.

По законам теории солинейного сродства в пространстве изображений мы получим изображение зрачка входа, которое будет ограничивать выходящие из системы лучи подобно зрачку входа и которое называется поэтому зрачком выхода.



Черт. 20

Предположим, что мы на месте зрачка выхода поместили какую-то материальную диафрагму, а на месте зрачка входа MN не имеется никакой диафрагмы.

Проследим какой-либо луч, например PQ , который должен был бы быть ограничен зрачком входа. Не трудно видеть, что сопряженный этому лучу луч $Q'P'$ будет задержан диафрагмой $M'N'$, стоящей на месте зрачка выхода. Все же лучи, которые ранее были пропущены зрачком входа, например главный луч PC , соединяющий

точку P с центром зрачка, будут пропущены и зрачком выхода. Таким образом роль зрачка входа будет играть в нашем случае нематериальное отверстие MN , сопряженное зрачку выхода $M'N'$. Вполне возможен случай, когда оба зрачка будут нематериальны (например, когда оба зрачка сопряжены диафрагме, помещенной между линзами).

Напишем инварианту Лагранж—Гельмгольца для зрачков (61) § 5

$$\rho \beta n = \rho' \beta' n'. \quad (78)$$

В случае, если зрачки находятся в главных плоскостях (например симметричных фотообъективах), имеем линейное увеличение в зрачках V_0

$$V_0 = \frac{\rho'}{\rho} = 1. \quad (79)$$

С другой стороны, так как система находится в воздухе, $n' = n$. Поэтому получаем

$$\beta = \beta', \quad (80)$$

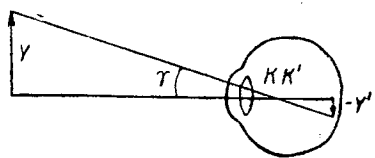
т. е. углы входящего и выходящего главных лучей с осью равны друг другу. Предположим теперь, что перед зрачком входа (или позади его) расположена некоторая другая диафрагма KL (черт. 20). Увеличивая расстояние у точки P от оси, мы достигнем такого положения точки P , когда диафрагма KL начнет срезывать пучок. При дальнейшем отодвигании точки P наступит такой момент, когда весь пучок будет срезан (например, при положении точки P в точке P_1). Совершенно очевидно, что, отодвигая далее от такого положения точку P , свет от нее совсем не будет попадать в систему и изображения нашей точки мы не получим. Такого рода явление срезывания потока носит название виньетирования, а диа-

фрагма, создающая это явление, носит название люка входа. Нетрудно видеть, что люк входа ограничивает наш участок предмета, изображаемый системой, или, как говорят, поле зрения системы. Аналогично предыдущему в пространстве изображений мы будем иметь изображение люка входа, так называемый люк выхода. С другой стороны, так же как и ранее, возможно, что люк выхода окажется материальной диафрагмой (например рамка кассеты), а люк входа окажется изображением люка выхода.

Точно так же возможен случай, когда оба люка окажутся нематериальными изображениями некоторой диафрагмы, помещенной внутри системы.

§ 9. Видимое увеличение

Рассматривая какие-либо два предмета, подобные друг другу, но не равные по величине, возможно так подобрать расстояния до этих предметов, что оба предмета будут казаться нам одинаковыми по величине. Нетрудно убедиться, что о кажущейся величине предмета нам приходится судить по величине изображения предмета на сетчатке глаза, или, что то же, по величине угла, под которым мы видим предмет, так как этот угол определяет собою величину изображения на сетчатке (черт. 21).



Черт. 21

Далее нетрудно видеть, что величина изображения определяется не самим углом γ , а его тангенсом.

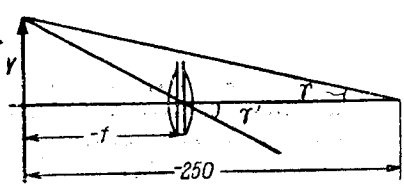
Предположим теперь, что невооруженным глазом мы видим какой-либо предмет под некоторым тангенсом γ , а изображение его через оптическую систему под тангенсом γ' . Тогда отношение тангенса γ' к тангенсу γ составит нам так называемое **видимое увеличение** Γ .

$$\Gamma = \frac{\gamma'}{\gamma}. \quad (18)$$

Определим теперь, как пример, видимое увеличение лупы (черт. 22).

Тангенс γ , под которым мы видим предмет на расстоянии наилучшего зрения, будет равен

$$\gamma = \frac{y}{250}$$



Черт. 22

Угол γ' , под которым мы будем видеть изображение предмета, находящегося в передней фокальной плоскости (для получения изображения предмета на бесконечности, что необходимо для рассматривания изображения без напряжения мышц хрусталика), будет равен

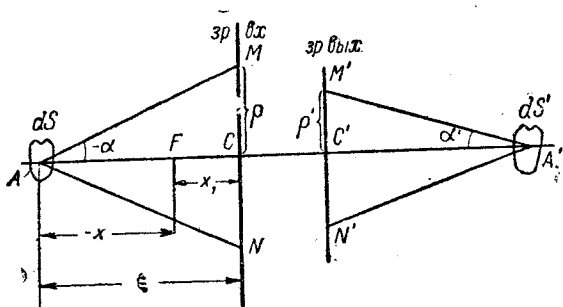
$$\gamma' = \frac{y}{-f} = \frac{y}{f'}$$

и, составляя отношение $\Gamma = \frac{\gamma'}{\gamma}$, получим видимое увеличение лупы

$$\Gamma = \frac{\gamma'}{\gamma} = \frac{y 250}{f' y} = \frac{250}{f'}. \quad (82)$$

§ 10. Светосила. Светосила визуальной системы

До сих пор во всех наших рассуждениях мы говорили о светящихся точках. Физически мы конечно имеем дело не со светящимися точками, а с некоторыми элементарными участками светящейся поверхности, которые, в случае достаточно малых размеров, могут быть практически рассматриваемы как точки.



Черт. 23

Предположим, что мы имеем такого рода светящийся элемент ds в точке A (черт. 23); MN — зрачок входа некоторой оптической системы диаметра $D = 2\rho$; F — передний фокус этой системы. Расстояние от фокуса до зрачка обозначим x_1 , расстояние от фокуса до элемента ds через $-x$. Кроме того положим, что α и α' малы. Количество света dL , вошедшего при таких

условиях в систему, будет пропорционально площади элемента ds , его яркости, площади или квадрату диаметра D зрачка входа и обратно пропорционально квадрату расстояния от элемента до зрачка входа ξ . Таким образом, обозначая через B яркость элемента ds , будем иметь:

$$dL = \frac{\pi}{4} \frac{D^2}{\xi^2} B ds. \quad (83)$$

За исключением потерь света в системе, все количество вошедшего света выйдет из системы и распределится на площади ds' изображения элемента ds .

Освещенностью E единицы площади ds' изображения элемента ds будет отношение прошедшего количества света $dL' = KdL$ к площади элемента изображения ds' :

$$E = \frac{dL'}{ds'} = K \frac{\pi}{4} \frac{D^2}{\xi^2} \frac{ds}{ds'} B = g_1 \frac{D^2}{\xi^2} \frac{ds}{ds'} B,$$

где K — коэффициент прозрачности (пропускной способности) системы и g_1 — некоторый обобщенный постоянный коэффициент.

Определяя светосилу H как отношение освещенности E элемента ds' изображения к яркости B элемента ds предмета, находим

$$H = \frac{E}{B} = \frac{dL'}{B ds'} = g_1 \frac{D^2}{\xi^2} \frac{ds}{ds'}. \quad (84)$$

Отношение площадей $\frac{ds'}{ds}$ будет равно, как это нетрудно видеть, квадрату линейного увеличения V . Поэтому, имея в виду, что $\xi = x - x_1$ (из чертежа), находим, помня, что для системы, находящейся в воздухе, $-f = f'$,

$$H = g_1 \frac{D^2}{\xi^2 V^2} = g_1 \frac{D^2}{(x_1 - x)^2} \frac{x^2}{f^2} = g_1 \left(\frac{x}{x_1 - x} \right)^2 \left(\frac{D}{f'} \right)^2. \quad (85)$$

Величина $\frac{D}{f'}$ носит название относительного отверстия и обозначается обычно в виде $\frac{1}{a}$ и $1:a$, где $a = \frac{f'}{D}$. В случае, когда предмет находится на бесконечности ($x = \infty$), множитель $\left(\frac{x}{x_1 - x} \right)^2$ делается равным единице, и тогда выражение для светосилы принимает вид

$$H = g_1 \frac{D^2}{f'^2} = \frac{g_1}{a^2}. \quad (86)$$

В случае репродукции при линейном увеличении $V = -1$ и симметричном (или близком к симметричному) объективе, когда лучики совпадают с главными плоскостями, имеем

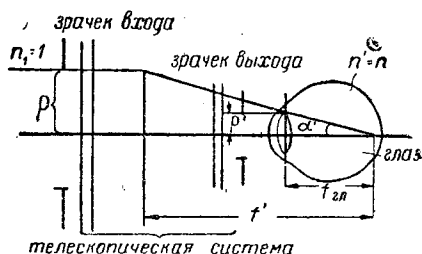
$$V = -1 = -\frac{x}{f'}; \quad x = f = -f' \text{ и } x_1 = f' \quad (87)$$

и множитель $\left(\frac{x}{x_1 - x} \right)$ принимает значение, равное

$$\left(\frac{x}{x_1 - x} \right)^2 = \left(\frac{-f'}{f' + f'} \right)^2 = \frac{1}{4}. \quad (88)$$

Таким образом светосила при репродукции H_r будет равна на основании (65) и (76)

$$H_r = \frac{1}{4} g_1 \left(\frac{D}{f'} \right)^2 = \frac{1}{4} H. \quad (89)$$



Черт. 24.

Перейдем к рассмотрению светосилы визуальной телескопической системы. В этом случае для нас важна величина светосилы на сетчатке глаза, в силу чего мы будем вынуждены вести рассмотрение светосилы телескопической системы совместно с глазом (черт. 24), имея, конечно, в виду условие ненапряженности accommodation нормального глаза. Нетрудно видеть, что в этом случае телескопическая система будет предназначена для рассматривания удаленных предметов, так как изображение, даваемое телескопической системой, а следовательно, и предмет должны находиться на бесконечности. В нашем случае коэффициент преломления последней среды не равен единице, так как последняя среда не воздух. Поэтому нам придется преобразовать (85) для этого случая. Пользуясь (64) § 5

$$\frac{f}{f'} = -\frac{n}{n'} \quad (90)$$

и формулой (85), находим

$$H = g_1 \left(\frac{x}{x_1 - x} \right)^2 \left(\frac{D}{f'} \right)^2 \left(\frac{n'}{n} \right)^2, \quad (91)$$

где f' — задняя фокусная длина телескопической системы совместно с глазом. В нашем случае $x = \infty$ (предмет удален), и множитель $\left(\frac{x}{x_1 - x} \right)^2$, как и ранее, равен единице. Поэтому получаем для светосилы

$$H = g_1 \left(\frac{D}{f'} \right)^2 \left(\frac{n'}{n} \right)^2. \quad (92)$$

Величина f' определяется, как известно, отношением первой высоты луча, входящего параллельно оси в систему, к тангенсу α' последнего угла луча по выходе из системы [§ 3 формула (21)], и так как в нашем случае первая высота h определяется радиусом ρ зрачка входа, то для величины f' находим

$$f' = \frac{h}{\alpha'} = \frac{\rho}{\alpha'} = \frac{D}{2\alpha'}, \quad (93)$$

откуда находим

$$\frac{D}{f'} = 2\alpha', \quad (94)$$

так как луч, вошедший в систему параллельно оси, выйдет из системы также параллельно оси (вследствие того, что угловое увеличение W для телескопической системы постоянно). Определяя радиус зрачка выхода через ρ' , мы можем определить заднюю фокусную длину f' глаза как отношение

$$f'_{\text{гл}} = \frac{\rho'}{\alpha'}. \quad (95)$$

Определяя отсюда $2\alpha'$ и заменяя $2\rho'$ через диаметр зрачка выхода D' , находим

$$2\alpha' = \frac{D'}{f'_{\text{гл}}}. \quad (96)$$

Пользуясь (92), (94) и (96) и помня, что задняя фокусная длина глаза при отсутствии аккомодации есть величина постоянная, получаем, объединяя все постоянные величины в один постоянный коэффициент g_2

$$H = g_1 (2\alpha')^2 \frac{n'^2}{n^2} = g_1 \frac{n'^2}{n^2 f'^2_{\text{гл}}} D'^2 = g_2 D'^2, \quad (97)$$

т. е. что светосила телескопической системы пропорциональна квадрату диаметра зрачка выхода.

Следует иметь в виду, что, увеличивая диаметр зрачка выхода больше, чем диаметр зрачка входа глаза, мы не получим увеличения светосилы, так как в этом случае зрачком выхода телескопической системы будет являться зрачок входа глаза.

§ 11. Потери света в оптических системах. Закон Френеля. Закон Ламберта

При прохождении света через преломляющую поверхность, разделяющую две среды с коэффициентами n и n' , часть света не преломляется, а отражается от преломляющей поверхности, являясь тем самым потерями преломленного светового потока.

Принимая количество световой энергии потока, падающей на преломляющую поверхность, за единицу, получаем для количества r энергии отраженной части потока следующее выражение, носящее название формулы Френеля

$$r = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\sin^2(\omega - \omega')}{\sin^2(\omega + \omega')} + \frac{\operatorname{tg}^2(\omega - \omega')}{\operatorname{tg}^2(\omega + \omega')} \right\}, \quad (98)$$

где углы ω и ω' суть углы падения и преломления лучей потока с нормалью к преломляющей поверхности в точке преломления. Пользуясь законом преломления Снеллиуса — Декарта

$$n \sin \omega = n' \sin \omega', \quad (99)$$

после простых тригонометрических преобразований получаем для случая нормального падения светового потока ($\omega = 0$; $\omega' = 0$) на преломляющую поверхность следующее выражение:

$$r = \frac{(n' - n)^2}{(n' + n)^2}. \quad (100)$$

В случае преломления светового потока на поверхности, разделяющей среды с коэффициентами $n = 1$, $n' = 1,5$ (воздух—стекло), нетрудно определить количество отраженного света

$$r = \frac{(1,5 - 1)^2}{(1,5 + 1)^2} = 0,04,$$

$$n = 1,$$

$$n' = 1,5,$$

т. е. на поверхности, разделяющей воздух и стекло, теряется около 4% светового потока.

Потери света на поверхностях склейки флинта ($n' = 1,6$) с кроном ($n = 1,5$) едва достигают величины $r = 0,001$, т. е. 0,1%, в силу чего ими при подсчетах потерь света в системе на отражение можно вполне пренебрегать.

Проиллюстрируем зависимость потерь света на отражение от величины угла падения лучей ω для случая поверхности, разделяющей воздух ($n = 1$), с тяжелым флинтлом, имеющим коэффициент преломления $n' = 1,6289$:

Угол падения ω	0°	30°	45°	60°	70°	80°	85°	90°
Количество r отраженного света в %	5,7	5,9	6,8	10,9	19,2	40,4	62,3	100

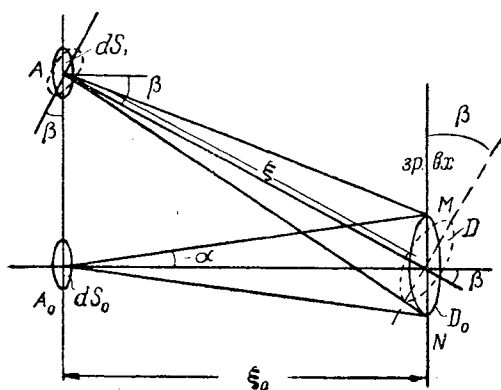
Из приведенной таблицы нетрудно видеть, что количество отраженного света возрастает довольно медленно до углов порядка 60° , изменяясь от 6% до 11%, при дальнейшем же увеличении углов падения потери света очень быстро возрастают. Для грубого определения потерь света на отражение в системе, имеющей m поверхностей, разделяющих стекло и воздух, принимая в среднем потери на отражение от одной поверхности равным 5%, можно пользоваться формулой

$$K^0_{/0} = (1 - 0,95^m) 100\%, \quad (101)$$

где K — суммарные потери света для всей системы. Так, например, для объектива, имеющего 8 поверхностей стекла, соприкасающихся с воздухом, получаем

$$K\% = (1 - 0,95^8) 100\% = 33,5\%.$$

Займемся рассмотрением вопроса об освещенности (светосила) для элементов предмета и изображения вне оси системы (закон Ламберта).



Черт. 25

Предположим, что мы имеем два одинаковых элемента ds_0 и ds плоскости, перпендикулярной оси и обладающей одинаковой яркостью во всех своих точках (черт. 25), причем элемент ds_0 , как и в § 10, расположен на оси системы в точке A_0 , а элемент ds в точке A . Количество света dL , попадающее из элемента ds в оптическую систему, будет, аналогично предыдущему, пропорционально площади D_1 поперечного сечения светового потока в

зрачке входа, обратно пропорционально квадрату расстояния ξ от центра A элемента ds до центра C зрачка входа и пропорционально площади проекции ds_1 элемента ds на плоскость, перпендикулярную направлению AC светового потока. Таким образом мы можем написать

$$dL = g \frac{D_1}{\xi^2} ds_1. \quad (102)$$

Перейдем к определению величин $D_1 \xi$ и ds_1 . Из чертежа следует, что площадь поперечного сечения пучка D_1 представляет из себя ни что иное как проекцию площади D зрачка входа на плоскость, перпендикулярную направлению AC светового потока. Поэтому для величины D_1 находим

$$D_1 = D \cos \beta. \quad (103)$$

Аналогично определяется ds_1 , как проекция ds ,

$$ds_1 = ds \cos \beta. \quad (104)$$

Далее из треугольника A_0AC следует

$$\xi = \frac{\xi_0}{\cos \beta}. \quad (105)$$

Подставляя (103), (104) и (105) в (102), получаем

$$dL_0 = g \frac{D}{\xi_0^2} ds \cos^4 \beta. \quad (106)$$

В случае, если элемент ds переходит в положение элемента ds_0 , угол β делается равным 0, D переходит в D_0 , и выражение (106) преобразовывается

$$dL_0 = g \frac{D_0}{\xi_0^2} ds_0. \quad (107)$$

Выражение (107) совершенно тождественно с (83) § 10, так как величина D_0 в нашем случае выражает собою площадь зрочки входа, т. е. величину, пропорциональную квадрату его диаметра. Разделяя (106) на (107), находим

$$\frac{dL}{dL_0} = \frac{D}{D_0} \cos^4 \beta = F(\beta) \cos^4 \beta, \quad (108)$$

где $F(\beta)$ некоторая функция от β , определяющая виньетирование $\frac{D}{D_0}$.

Перейдем к определению освещенности E и E_0 для элементов ds и ds_0 . Пользуясь (84) § 10, находим

$$E = \frac{dL}{ds'} \text{ и } E_0 = \frac{dL_0}{ds'_0}. \quad (109)$$

Составим отношение освещенностей E и E_0 или светораспределение $\Phi(\beta)$. Имеем

$$\Phi(\beta) = \frac{E}{E_0} = \frac{dL}{dL_0} \frac{ds'_0}{ds'}. \quad (110)$$

Нетрудно видеть, что вследствие равенства элементов ds и ds_0 (по условию) и постоянства линейного увеличения элементы ds' и ds'_0 также будут равны друг другу, откуда их отношение будет равно единице. Поэтому, на основании (110), (108) и $\frac{ds'_0}{ds'} = 1$, получаем

$$\Phi(\beta) = \frac{E}{E_0} = \frac{dL}{dL_0} = F(\beta) \cos^4 \beta. \quad (111)$$

При отсутствии виньетирования $F(\beta) = \text{const} = 1$ находим

$$\Phi(\beta) = \frac{E}{E_0} = \cos^4 \beta \quad (111a)$$

— выражение, которое носит название закона Ламберта.

§ 12. Глубина фотографического объектива

До настоящего момента мы в наших выводах рассматривали в качестве предмета плоскость E , перпендикулярную оси системы и соответствующую этой предметной плоскости плоскость изображения E' (черт. 26). Вместе с тем может встретиться необходимость получения изображения на плоскости объектов, имеющих пространственное протяжение, как например съемка рельефной местности. Предположим, что впереди нашей предметной плоскости E имеется некоторая точка P , расположенная впереди плоскости E на расстоянии t_v , и аналогично позади плоскости E на расстоянии t_r находится некоторая точка P_1 . Совершенно очевидно, что изображения P' и P_1' этих точек точно так же не будут совпадать с плоскостью изображения E' , на которой вместо точек P' и P_1' будут существовать некоторые кружки δ' и δ_1' , образованные пересечением пучков лучей, сходящихся в точки P_1' и P' с плоскостью изображения E' .

Точно таким же образом, находя пересечение пучков лучей, исходящих из точек P и P_1 с плоскостью E , мы получим на плоскости E некоторые кружки δ и δ_1 , которые, как это нетрудно видеть из чертежа, будут сопряженными кружкам δ_1' и δ' . Вместе с тем, если величина кружков δ_1' и δ' , являющихся изображениями точек P и P_1 на плоскости изображения E' , окажется достаточно малой, то изображение на плоскости E' будет практически резким.

Вследствие сопряженности кружков δ , δ' и δ_1 , δ_1' величины их будут связаны между собою линейным увеличением V плоскостей E и E' , и таким образом для определения величин кружков δ' и δ_1' надо определить величины кружков δ и δ_1 в зависимости от величины диаметра зрачка входа D , расстояния a предметной плоскости E (плоскости наводки) от плоскости зрачка входа и расстояний t_v и t_r точек P и P_1 от плоскости E .

Из подобия треугольника PMN , имеющего основанием диаметр зрачка входа D , и маленького треугольника, имеющего основанием δ , находим

$$t_v = \frac{a\delta}{D + \delta} \quad (112)$$

и совершенно аналогично

$$t_r = \frac{a\delta_1}{D - \delta_1}, \quad (113)$$

откуда следует

$$t_v = \frac{a}{\frac{D}{\delta} + 1}; \quad t_r = \frac{a}{\frac{D}{\delta} - 1}. \quad (114)$$

Вследствие сопряженности δ' и δ , $\delta' = V\delta$ и (114) преобразуется:

$$t_v = \frac{a}{\frac{DV}{\delta'} + 1}; \quad t_r = \frac{a}{\frac{DV}{\delta'} - 1}. \quad (115)$$

С другой стороны, из тех же треугольников (черт. 26) имеем

$$\frac{t_v}{\delta} = \frac{a - t_v}{D} \quad (116)$$

На основании (112) и (116) находим

$$a - t_v = \frac{t_v}{\delta} D = \frac{aD}{D + \delta} = \frac{aD}{D + \frac{\delta'}{V}} \quad (117)$$

Величина a из чертежа равняется

$$a = x_1 - x, \quad (118)$$

с другой стороны линейное увеличение V будет

$$V = -\frac{f}{x}. \quad (119)$$

На основании (118) и (119), (117) может быть представлено

$$\begin{aligned} a - t_v &= \frac{(x_1 - x)D}{D - \frac{x\delta'}{f}} = \\ &= \frac{\left(\frac{x_1}{x} - 1\right)D}{\frac{D}{x} - \frac{\delta'}{f}}. \quad (120) \end{aligned}$$

Величина $a - t_v$ определяет нам расстояние от зрачка входа объектива до тех точек, изображения которых будут еще получаться практически резкими.

Рассмотрим случай, когда плоскость наводки E отнесена на бесконечность.

В этом случае мы имеем $a = \infty = -x$, и поэтому $a - t_v$ будет

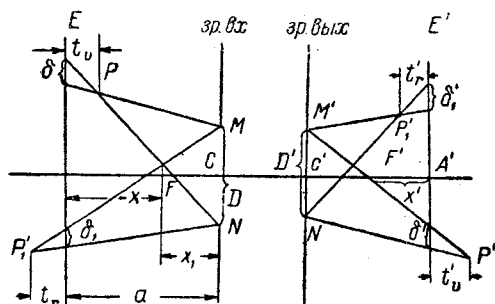
$$a - t_v = \frac{Df}{\delta'} = a_0. \quad (121)$$

Величина $a_0 = a - t_v$ в случае $a = \infty$ носит название начала бесконечности, так как, начиная с расстояния $a_0 = a - t_{v_{a=\infty}}$ от зрачка входа и до плоскости E , находящейся на бесконечности, изображения всех точек будут получаться практически резкими.

Рассмотрим теперь случай наводки на начало бесконечности т. е. случай, когда $a = a_0$. В этом случае получаем, пренебрегая величиною x_1 , по сравнению с x , так как величина x_1 обычно близка к $-f$, а a_0 велико по отношению к f вследствие малости δ' ,

$$t_v = \frac{a_0}{\frac{Df}{\delta' a_0} + 1} = \frac{a_0}{2}, \quad (122)$$

$$t_r = \frac{a_0}{\frac{Df}{\delta' a_0} - 1} = \infty. \quad (123)$$



Черт. 26

Формулы (122) и (123) показывают, что при наводке на начало бесконечности изображения точек, расположенных на половине расстояния начала бесконечности впереди плоскости наводки и расположенные на бесконечности позади плоскости наводки, будут давать еще практически резкое изображение.

Необходимо особо отметить, что в проделанном нами разборе мы пользовались величиною абсолютной резкости изображения, отступая тем самым от классического анализа вопроса о глубине, где изображение (снимок) должно казаться резким лишь при надлежащих условиях наблюдения (условиях получения впечатления естественной перспективы), что конечно совершенно неприменимо к аэрофотоснимкам.

Точно так же следует отметить, что отличие выражения, полученного нами для начала бесконечности, от общеизвестного выражения $a_0 = \frac{D}{\operatorname{tg} \gamma'}$ является точно так же следствием рассмотрения вопроса применительно к абсолютной резкости изображения.

Как пример определим величину начала бесконечности для нормального аэрофотообъектива, полагая

$$f' = 210 \text{ мм}, \quad \frac{D}{f'} = \frac{1}{4,5} \text{ и } \delta' = 0,05 \text{ мм},$$

$$a_0 = \frac{210 \cdot 210}{4,5 \cdot 0,05} = \frac{4900}{0,025} \text{ мм} = \frac{4900}{25} \text{ м} = 196 \text{ м}$$

и расстояние до переднего плана

$$a_0 - t_v = a_0 - \frac{a_0}{2} = \frac{a_0}{2} = 98 \text{ м}.$$

ДОПОЛНЕНИЯ К ГЛАВАМ I, II, III и IV

1. Выше (§ 2 глава I) мы определили понятие фокусных длин как отрезков от главных точек до фокальных точек, причем имело место соотношение (8), называемое формулой Ньютона,

$$x x' = f f' = \text{const.} \quad (1)$$

Следует иметь в виду, что приведенная формула, определяя собою единообразно зависимость между величинами x и x' , не определяет вместе с тем однозначно величин f и f' , требуя лишь только постоянства произведения этих величин; однако, такого рода неопределенность легко может быть устранена наложением какого-либо добавочного условия, например условия определения углового увеличения соотношением

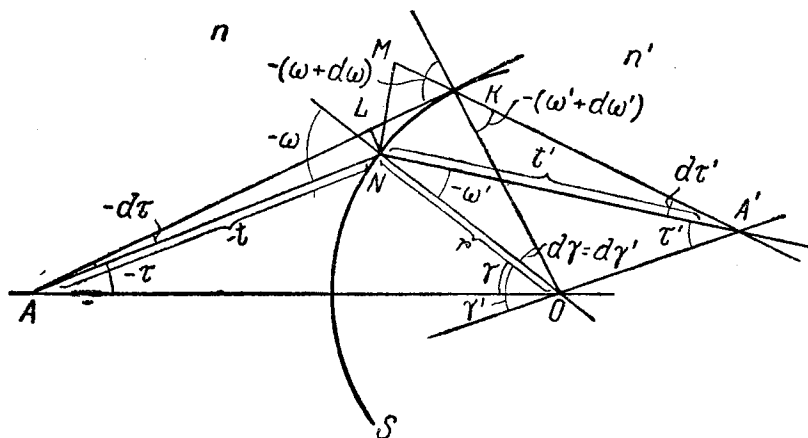
$$W = \frac{f}{x'} = \frac{x}{f'}. \quad (2)$$

Выражение, знакомое уже нам из § 3 главы I [формула (14)]. Пользуясь высказанными соображениями, мы легко сможем применить основные формулы солинейного средства и к случаю нецен-

трированной системы, оперируя однако лишь с величинами отрезков вдоль осей и с угловыми величинами и опустив вместе с тем совсем понятие о сопряженных плоскостях.

2. Инварианты Гульстранда вдоль луча. Аналогично проделанному нами в § 5 главы II выводу инварианты Аббе, связывающей вершинные отрезки p и p' вдоль оси для парааксиальных (нулевых) лучей, могут быть легко выведены подобные же инварианты, связывающие отрезки вдоль действительного луча, образующего большие углы падения и преломления с нормалью к преломляющей поверхности.

Предположим, что мы рассматриваем меридиональное сечение некоторой поверхности S радиуса r , которое представлено на чертеже 27а.



Черт. 27а

n и n' — коэффициенты преломления до и после преломляющей поверхности; t и t' — отрезки до точек пересечения A и A' луча AKA' , идущего в меридиональной плоскости вблизи от основного луча ANA' , образующего углы ω и ω' падения и преломления с нормалью ON . Из чертежа следует, полагая $d\tau$ малым,

$$LN = t d\tau. \quad (3)$$

Далее из треугольников AON и $A'ON$

$$-\omega = \gamma - \tau \quad (4)$$

и

$$\gamma' = \tau' - \omega'. \quad (5)$$

Дифференцируя (4) и (5), находим, помня, что $d\gamma' = d\gamma$,

$$d\tau - d\omega = d\gamma = d\gamma' = d\tau' - d\omega'. \quad (6)$$

Дифференцируя закон преломления Снеллиуса-Декарта [(50) § 5 главы II], находим

$$n \cos \omega d\omega = n' \cos \omega' d\omega'. \quad (7)$$

Формулы (6) и (7) показывают нам, что если $d\tau$ и $d\omega$ малы, то и величины $d\gamma$, $d\omega'$ и $d\tau'$ также малы. Поэтому из чертежа

$$NM = t'd\tau', \quad (8)$$

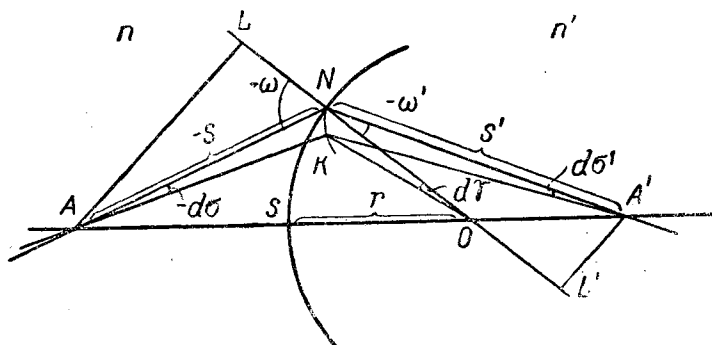
$$NK = rd\gamma \quad (9)$$

и из треугольников NLK и NMK , пренебрегая ошибками высшего порядка малости,

$$NK = \frac{NL}{\cos \omega} = \frac{NM}{\cos \omega'} = rd\gamma. \quad (10)$$

Подставляя в формулу (7) значения $d\omega$ и $d\omega'$ из (6), находим

$$n \cos \omega (d\gamma - d\tau) = n' \cos \omega' (d\gamma - d\tau'). \quad (11)$$



Черт. 276

Заменяя далее $d\tau$ и $d\tau'$ на основании (3), (8) и (10), получаем

$$n \cos \omega \left(d\gamma - \frac{r \cos \omega}{t} d\gamma \right) = n' \cos \omega' \left(d\gamma - \frac{r \cos \omega'}{t'} d\gamma \right) \quad (12)$$

и окончательно

$$n \cos \omega \left(\frac{1}{r} - \frac{\cos \omega}{t} \right) = n' \cos \omega' \left(\frac{1}{r} - \frac{\cos \omega'}{t'} \right) \quad (13)$$

—выражение, известное под названием инварианта Гульстранда для меридионального луча. Нетрудно видеть, что при $\omega = \omega' = 0$ выражение (13) переходит в уже известную нам ранее инварианту Аббе для нулевых лучей [(55) § 5 главы II].

Инварианта Гульстранда для лучей, идущих в сагиттальной плоскости (черт. 27b).

n и n' — коэффициенты преломления до и после преломляющей поверхности; r — радиус кривизны; A и A' — точки пересечения сагиттального луча AKA' , идущего вблизи основного луча ANA' . Положение точки K преломления сагиттального луча находится путем поворота всей меридиональной плоскости вокруг прямой AOA' , проходящей через центр преломляющей поверхности O , точки

пересечения которой с падающим и преломленным лучом и определяют собою положение сагиттального изображения A' точки A . Из чертежа имеем

$$NK = sd\sigma = rd\gamma = s'd\sigma', \quad (14)$$

из треугольника ANL

$$AL = s \sin \omega, \quad (15)$$

из треугольника ANL'

$$AL' = -s' \sin \omega'. \quad (16)$$

С другой стороны из треугольников ALO и $A'L'O$

$$\frac{AL}{A'L'} = \frac{r - s \cos \omega}{s' \cos \omega' - r}. \quad (17)$$

Разделяя (15) на (16) и помня закон преломления, находим

$$\frac{AL}{A'L'} = \frac{s \sin \omega}{s' \sin \omega'} = -\frac{s n'}{s' n}. \quad (18)$$

Приравнявая (17) и (18), после некоторых преобразований, получаем

$$n \left(\frac{\cos \omega}{r} - \frac{1}{s} \right) = n' \left(\frac{\cos \omega'}{r} - \frac{1}{s'} \right) \quad (19)$$

— выражение, называемое сагиттальной инвариантой Гульстранда и при $\omega = \omega' = 0$ переходящее в (55) § 5 главы II.

Полагая в формуле (13) последовательно $t = \infty$ и затем $t' = \infty$, находим расстояния T' и T задней и передней меридиональных фокальных точек от точки преломления луча

$$T' = \frac{n' \cos^2 \omega' r}{n' \cos \omega' - n \cos \omega}, \quad (20)$$

$$T = \frac{n \cos^2 \omega r}{n \cos \omega - n' \cos \omega'}. \quad (21)$$

Аналогично для сагиттального луча

$$S' = \frac{n' r}{n' \cos \omega' - n \cos \omega}, \quad (22)$$

$$S = \frac{nr}{n \cos \omega - n' \cos \omega'}. \quad (23)$$

Преобразовывая (13), имеем

$$\frac{n' \cos \omega' - n \cos \omega}{r} = \frac{n' \cos^2 \omega'}{t'} - \frac{n \cos^2 \omega}{t} \quad (24)$$

и, пользуясь (20) и (21),

$$1 = \frac{T'}{t'} + \frac{T}{t}. \quad (25)$$

Совершенно аналогично, пользуясь (19), (22) и (23), получаем

$$1 = \frac{S'}{s'} + \frac{S}{s}. \quad (26)$$

Выражения (25) и (26) соответствуют формуле (10) § 3 главы I. Далее из (25) и (26), полагая

$$t = T + x_t; t' = T' + x_t'; s = S + x_s \text{ и } s' = S' + x_s', \quad (27)$$

находим

$$\left. \begin{aligned} x_t x_t' &= T T' = \text{const} \\ x_s x_s' &= S S' = \text{const} \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

— выражения, соответствующие формуле Ньютона [формула (8) § 2 глава I].

Определим фокусные длины f_t и f_t' , исходя из соотношения, определяющего угловое увеличение [(14) § 3 глава I], и формулы (1),

$$W_t = \frac{d\tau'}{d\tau} = \frac{f_t}{x_t'} = \frac{x_t}{f_t'}. \quad (29)$$

На основании (3), (8) и (10) имеем

$$W_t = \frac{d\tau'}{d\tau} = \frac{t \cos \omega'}{t' \cos \omega} = \frac{\cos \omega'}{\cos \omega} \cdot \frac{T + x_t}{T' + x_t'}, \quad (30)$$

откуда, пользуясь (28), находим

$$W_t = \frac{\cos \omega'}{\cos \omega} \cdot \frac{x_t}{T'} = \frac{x_t}{f_t'} \quad (30)$$

и, наконец,

$$f_t' = \frac{\cos \omega}{\cos \omega'} T', \quad (32)$$

или, так как

$$T T' = x_t x_t' = f_t f_t', \quad (33)$$

$$f_t = \frac{\cos \omega'}{\cos \omega} T. \quad (34)$$

Разделяя (32) на (34), получаем, помня (20) и (21),

$$\frac{f_t'}{f_t} = -\frac{n'}{n} \quad (35)$$

— выражение, соответствующее (59) § 5 главы II. Для сагиттального луча находим, основываясь на (14),

$$W_s = \frac{d\sigma'}{d\sigma} = \frac{s}{s'} = \frac{f_s}{x_s'} = \frac{x_s}{f_s'} \quad (36)$$

или, пользуясь (27),

$$W_s = \frac{d\sigma'}{d\sigma} = \frac{S + x_s}{S' + x_s'} = \frac{x_s}{S'} = \frac{x_s}{f_s'}, \quad (37)$$

откуда следует

$$f_s' = S' \quad (38)$$

аналогично предыдущему,

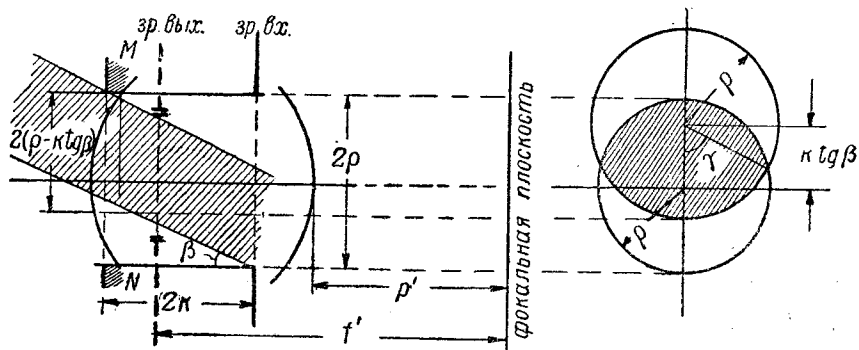
$$f_s = S, \quad (39)$$

а также вследствие (22) и (23)

$$\frac{f'_s}{f_s} = -\frac{n'}{n} \quad (40)$$

— выражение, соответствующее (59) § 5 главы II. Неравенство величин f_i и T и f'_i и T' друг другу является следствием отсутствия симметрии вокруг преломленного луча в меридиональной плоскости (для сагиттального луча вследствие симметрии имеют место равенства $f_s = S$ и $f'_s = S'$).

Проделанные рассуждения остаются в силе для всех остальных поверхностей нашей системы. Таким образом, рассматривая ход некоторого определенного луча сквозь всю систему, мы легко можем убедиться, что сагиттальное и меридиональное изображения как точек, так и лучей, близких к основному, будут точно так же следовать законам солинейного сродства.



Черт. 28.

3. Виньетирование. Явление изменения площади зрачка входа (срезывание люками действующего отверстия зрачка) D в зависимости от угла β носит название виньетирования.

Установление точной зависимости виньетирования, как функции от угла β , практически не представляется возможным, так как для каждого типа объектива необходимо устанавливать свою зависимость.

В силу этого, нам при дальнейшем анализе фотообъективов придется ограничиться приближенным определением виньетирования, независимо от типа рассматриваемого объектива, пользуясь лишь основными размерами объектива.

Рассматриваемый нами ниже идеальный случай более или менее близко характеризует виньетирование объективов симметричных типов, а также и объективов, близких к симметрии (обладающих увеличением в зрачках, близким к единице).

В основу этого способа положено то обстоятельство, что у подавляющего большинства фотографических объективов, за очень немногими исключениями (широкоугольные объективы), входное свободное отверстие оправы первой линзы делается равным по диаметру зрачку входа объектива, причем зрачок входа обычно располагается вблизи (или совпадает) передней главной плоскости,

которая обычно расположена внутри объектива. Полагая, что зрачок входа объектива имеет диаметр 2ρ (черт. 28) и что зрачок входа отстоит от отверстия оправы передней линзы, играющей роль люка входа, на расстояние $2k$, нетрудно усмотреть, что при этом точки пересечения лучей входящего в объектив светового потока с плоскостью люка входа будут смещены относительно точек пересечения тех же самых лучей с плоскостью зрачка входа на величину $2k \operatorname{tg} \beta$, где β — угол наклона всего светового потока, входящего в объектив (черт. 28).

Площадь зрачка входа D , как это явствует из чертежа, будет равна удвоенной площади сегмента радиуса ρ с дугой 2γ . Площадь сегмента, как известно, будет:

$$\frac{D}{2} = \gamma \rho^2 - \kappa \operatorname{tg} \beta \sqrt{\rho^2 - \kappa^2 \operatorname{tg}^2 \beta}, \quad (41)$$

где

$$\gamma = \arccos \left(\frac{\kappa}{\rho} \operatorname{tg} \beta \right). \quad (42)$$

Поэтому

$$D = 2\rho^2 \left[\arccos \left(\frac{\kappa}{\rho} \operatorname{tg} \beta \right) - \frac{\kappa}{\rho} \operatorname{tg} \beta \sqrt{1 - \frac{\kappa^2}{\rho^2} \operatorname{tg}^2 \beta} \right]. \quad (43)$$

Разложим выражение (12) в ряд по степеням $\frac{\kappa}{\rho} \operatorname{tg} \beta = x$. Как известно¹ интеграл

$$\begin{aligned} \int_0^x \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} &= -(\arccos x)_0^x = -\arccos x + \arccos 0 = \\ &= -\arccos x + \frac{\pi}{2}, \end{aligned} \quad (44)$$

откуда

$$\arccos x = \frac{\pi}{2} - \int_0^x \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}. \quad (45)$$

Развертывая выражение $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ по формуле бинома

$$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = 1 + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4}x^4 + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6}x^6 + \dots \quad (46)$$

и интегрируя почленно, находим

$$\arccos x = \frac{\pi}{2} - x - \frac{1 \cdot x^3}{2 \cdot 3} - \frac{1 \cdot 3 \cdot x^5}{2 \cdot 4 \cdot 5} - \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot x^7}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 7} - \dots \quad (47)$$

Развертывая по формуле бинома $\sqrt{1-x^2}$, имеем

¹ Р. Куранг. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Часть I, стр. 355.

$$\sqrt{1-x^2} = 1 - \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2.4}x^4 - \frac{1.3}{2.4.6}x^6 - \frac{1.3.5}{2.4.6.8}x^8 - \dots \quad (48)$$

и

$$-x\sqrt{1-x^2} = -x + \frac{1}{2}x^3 + \frac{1}{2.4}x^5 + \frac{1.3}{2.4.6}x^7 + \dots \quad (49)$$

На основании (43), (47) и (49) получаем, имея в виду сходимость рядов (47) и (49) при $x < 1$:

$$D = \frac{2\pi\rho^2}{\pi} \left[\frac{\pi}{2} - 2x + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{3} \right) x^3 + \frac{1}{2.4} \left(1 - \frac{3}{5} \right) x^5 + \right. \\ \left. + \frac{1.3}{2.4.6} \left(1 - \frac{5}{7} \right) x^7 + \dots \right] \quad (50)$$

или, заменяя $\pi\rho^2$ (площадь входного отверстия объектива) через D_0 и делая упрощения,

$$D = \frac{2}{\pi} D_0 \left(\frac{\pi}{2} - 2x + \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{4.5}x^5 + \frac{1}{7.8}x^7 + \dots \right). \quad (51)$$

Рассматривая переменную часть формулы (51), мы видим, что член, содержащий x в 5-й степени, создает изменение переменной части при значениях x , не превосходящих 0,8, не более 1% (т. е. при значениях D , близких к нулю), что нетрудно видеть из формулы (43) непосредственно (при $x=1$ и $D=0$).

Поэтому с достаточной для практических целей точностью мы можем ограничиться третьими степенями x в формуле разложения (51), т. е. принять

$$D = \frac{2}{\pi} D_0 \left(\frac{\pi}{2} - 2x + \frac{x^3}{3} \right) \quad (52)$$

или, заменяя x через $\frac{\kappa}{\rho} \operatorname{tg} \beta$,

$$D = D_0 \left[1 - \frac{2}{\pi} \frac{\kappa}{\rho} \operatorname{tg} \beta \left(2 - \frac{1}{3} \frac{\kappa^2}{\rho^2} \operatorname{tg}^2 \beta \right) \right]. \quad (53)$$

Величина κ , входящая в (52) и (53), может быть с большей или меньшей степенью точности определена из соотношения

$$\kappa = \frac{f' - p'}{2}, \quad (54)$$

где f' — фокусное расстояние объектива и p' — последний отрезок (расстояние от вершины последней поверхности объектива до заднего фокуса).

В первом приближении величина κ может быть принята как половина длины всего объектива.

Следует подчеркнуть, что формулы (52) и (56) не следует применять к широкоугольным объективам, так как последние обладают люком входа, значительно превышающим по диаметру зрачок входа; применяя же формулу (53) к телеобъективам, необходимо определять истинное положение зрачка входа, т. е. формула (54) справедлива лишь для симметричных и близких к симметричным типов объективов.

4. В § 11 главы IV [формула (198)] мы имеем общее выражение для потери света на отражение от идеально полированной поверхности (формула Френеля)

$$\kappa = \frac{dL_1}{dL} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\sin^2(\omega - \omega')}{\sin^2(\omega + \omega')} + \frac{\operatorname{tg}^2(\omega - \omega')}{\operatorname{tg}^2(\omega + \omega')} \right\}, \quad (55)$$

причем

$$n \sin \omega = n' \sin \omega'. \quad (56)$$

В случае, если отношение $\frac{n}{n'}$ близко к единице (случай склейки 2-х линз) или, что то же, разность $n' - n$ мала по отношению к n , отношение синусов, а следовательно, и углов ω и ω' тоже близко к единице.

Действительно, определяя ω' (56), находим

$$\omega' = \arcsin \left(\frac{n}{n'} \sin \omega \right) \quad (57)$$

и, переходя к пределу, когда $\frac{n}{n'}$ стремится к единице,

$$\lim \omega' = \lim \arcsin \left(\frac{n}{n'} \sin \omega \right) = \omega; \quad (58)$$

$$\frac{n}{n'} \rightarrow 1,$$

поэтому, если $n' - n$ мало, то $\omega' - \omega$ тоже мало.

Возвращаясь теперь к формуле (55) и пренебрегая величинами высшего порядка малости, мы, после некоторых несложных преобразований, получаем

$$\kappa = \frac{1 + \cos^2 2\omega}{2 \sin^2 2\omega} \left(1 - \frac{n}{n'} \right)^2 \operatorname{tg}^2 \omega \quad (59)$$

—выражение для приближенного определения коэффициента в случае, если $\frac{n}{n'}$ близко к единице.

Оценим порядок величины κ для случая $\omega = 45^\circ$ (практически углы ω и ω' редко превосходят 45° даже и в широкоугольных объективах). Делая подстановку в формулу (59), находим

$$\kappa_{\omega=45^\circ} = \frac{1}{2} \left(\frac{n' - n}{n'} \right)^2 = 2 \left(\frac{n' - n}{n' + n} \right)^2 = 2\kappa_{\omega=0}. \quad (60)$$

Из формулы (60) и (100) § 11 главы IV вытекает, что потери на отражение, в случае, если $\frac{n}{n'}$ близко к единице и угол $\omega = 45^\circ$, равны удвоенным потерям на отражение, имеющим место на той же поверхности на оси системы.¹

5. Потери света на поглощение в стекле. Даже наилучшие сорта оптического стекла не являются вполне прозрачными

¹ См. статью автора „К вопросу о потерях света, обусловливаемых отражениями от поверхностей линз“, № 4 Техн. Бюллетеня НИИА „Лэросъемка“ за 1934 г.

для проходящего через стекло света; яркость пучка лучей, распространяющегося в какой-либо среде, уменьшается с увеличением пути, пройденного светом в этой среде. Полагая яркость в некоторой точке пути равной B , и в некоторой бесконечно близкой точке, отстоящей на расстоянии dl от первой, яркость равной $B - dB$, мы можем написать, имея в виду, что dB пропорционально B и dl ,

$$dB = -\kappa B dl, \quad (61)$$

откуда

$$\int \frac{dB}{B} = \lg B = -\kappa l + c. \quad (62)$$

Полагая $l=0$, находим

$$c = \lg B_{l=0} = \lg B_0. \quad (63)$$

Таким образом

$$B = B_0 e^{-\kappa l}, \quad (64)$$

и, заменяя $e^{-\kappa}$ через q (называемое коэффициентом прозрачности), получаем

$$B = B_0 q^l. \quad (65)$$

Полагая $l=1$ сантиметру, получаем для величины падения яркости на 1 сантиметр

$$\Delta B = B - B_0 = B_0 (1 - q). \quad (66)$$

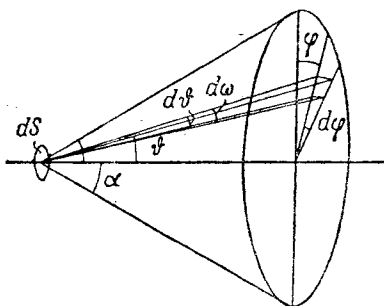
Величина $1 - q$ носит название коэффициента поглощения.

В нижеприведенной таблице даны величины коэффициента прозрачности q в процентах на пути в 1 сантиметр для различных длин волн для некоторых, наиболее характерных сортов оптического стекла фирмы Шотт в Иене (Германия); кроме того приведены

	Боросиликатный крон	Флинт	Тяжелый флинт	Увиоле-вое стекло
Сорт	БК-7	F-3	SF-6	УВК-5
n_D	1,516	1,613	1,805	1,504
v	64,0	37,0	25,5	64,8
Окраска	белая	белая	желтая	белая
Коэффициенты прозрачности q для				
длины волны $\lambda = 644 \mu\mu$				
	99%	99,2%	94,4%	98,8%
" " $\lambda = 578 \mu\mu$	99,5%	99,5%	95,7%	98,8%
" " $\lambda = 509 \mu\mu$	99,5%	99,5%	—	99,1%
" " $\lambda = 480 \mu\mu$	99,3%	99,4%	91,1%	—
" " $\lambda = 436 \mu\mu$	99,0%	99,2%	86,0%	99,1%
" " $\lambda = 405 \mu\mu$	99,7%	98,4%	77,9%	98,2%
" " $\lambda = 366 \mu\mu$	99%	98,7%	76,6%	97,7%
" " $\lambda = 334 \mu\mu$	92%	89,5%	75,4%	94,5%
" " $\lambda = 312 \mu\mu$	71%	43%	49%	89,5%
" " $\lambda = 302 \mu\mu$	17,1%	0,00%	3%	52%
" " $\lambda = 302 \mu\mu$	1,8%	0,00%	0,00%	9%
Коэффициент прозрачности для белого цвета	99,2%	99,3%	—	98,7%

коэффициенты поглощения для белого света. Приведенная таблица заимствована нами из Handbuch der Physik, Bd. XVIII, S. 204. Особо обращает на себя внимание быстрое падение прозрачности тяжелого флинта F-3, начиная с $\lambda = 366 \mu\text{м}$, несколько пониженная прозрачность тяжелого флинта SF-6 и сравнительно высокая прозрачность увиолевого стекла ВК-5 для длины $\lambda = 312 \mu\text{м}$, лежащей уже в ультрафиолетовой части спектра.

Данные, приведенные в таблице, относятся к особо прозрачным плавкам наиболее прозрачных сортов (за исключением SF-6) стекла; при практических подсчетах следует принимать потери на поглощение в стекле равными 1—2% на 1 см.



Черт. 29

6. Светосила оптической системы при широком отверстии. Элементарный световой поток d^2L , излучаемый элементом ds (черт. 29), имеющим яркость B , по направлению ϑ , равняется по закону Ламберта

$$d^2L = B \cos \vartheta ds d\omega, \quad (67)$$

где $d\omega$ — телесный угол излучаемого элементарного пучка — определяется

$$d\omega = d\varphi \operatorname{tg} \vartheta d\vartheta \cos \vartheta = \sin \vartheta d\vartheta d\varphi. \quad (68)$$

Подставляя (68) в (67) и интегрируя по всему входящему в систему пучку, находим

$$dL = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\alpha B \sin \vartheta \cos \vartheta d\vartheta ds, \quad (69)$$

где α — так называемый отверстиевый угол или апертура входящего пучку. Полагая B постоянным в пределах интегрирования, находим

$$dL = \pi B \sin^2 \alpha ds. \quad (70)$$

Аналогичное выражение можно написать без вывода и для выходящего из системы широкого пучка лучей.

Таким образом

$$dL' = \pi B' \sin^2 \alpha' ds'. \quad (71)$$

Вводя коэффициент прозрачности всей системы

$$q = \frac{B'}{B}, \quad (72)$$

равный отношению яркостей выходящего к входящему потокам, можем написать

$$dL' = \pi q B \sin^2 \alpha' ds'. \quad (73)$$

Определяя освещенность E , как отношение выходящего потока к площади элемента ds' изображения, находим

$$E = \frac{dL'}{ds'} = \pi q B \sin^2 \alpha' \quad (74)$$

и наконец для светосилы H получаем

$$H = \frac{E}{B} = \pi q \sin^2 \alpha'. \quad (75)$$

Таким образом светосила полностью определяется произведением π , прозрачности и квадрата выходной апертуры и не зависит ни от каких других величин.¹

Для фотографических объективов, работающих на бесконечность и коррегированных на условие синусов, имеет место

$$f' = \frac{h_1}{\sin \alpha'} = \frac{D}{2 \sin \alpha'}, \quad (76)$$

где D — диаметр зрачка входа объектива, h_1 — высота крайнего луча, входящего параллельно оси. Таким образом для светосилы находим

$$H = \frac{\pi q \left(\frac{D}{f'}\right)^2}{4}, \quad (77)$$

выражение, справедливое при любых отверстиях и совпадающее с (86) § 10 главы IV ($q_1 = \frac{\pi q}{4}$).

Для сенситометрической камеры (камеры без объектива, предназначенной для исследования фотоматериалов) (черт. 30), коэффициент прозрачности q равен единице; однако, называя фокусным расстоянием такой камеры f'_c расстояние от плоскости отверстия камеры до фотопластинки, отверстием углом α' входящего потока будет связан соотношением

$$\operatorname{tg} \alpha' = \frac{D}{2f'_c} \quad (78)$$

в отличие от формулы (77); светосила H_c сенситометрической камеры определится

$$H_c = \pi \sin^2 \alpha' = \frac{\pi}{4 \left(\frac{f'_c}{D}\right)^2 + 1} \quad (79)$$

— выражение, указанное проф. С. О. Максимовичем.

ГЛАВА V

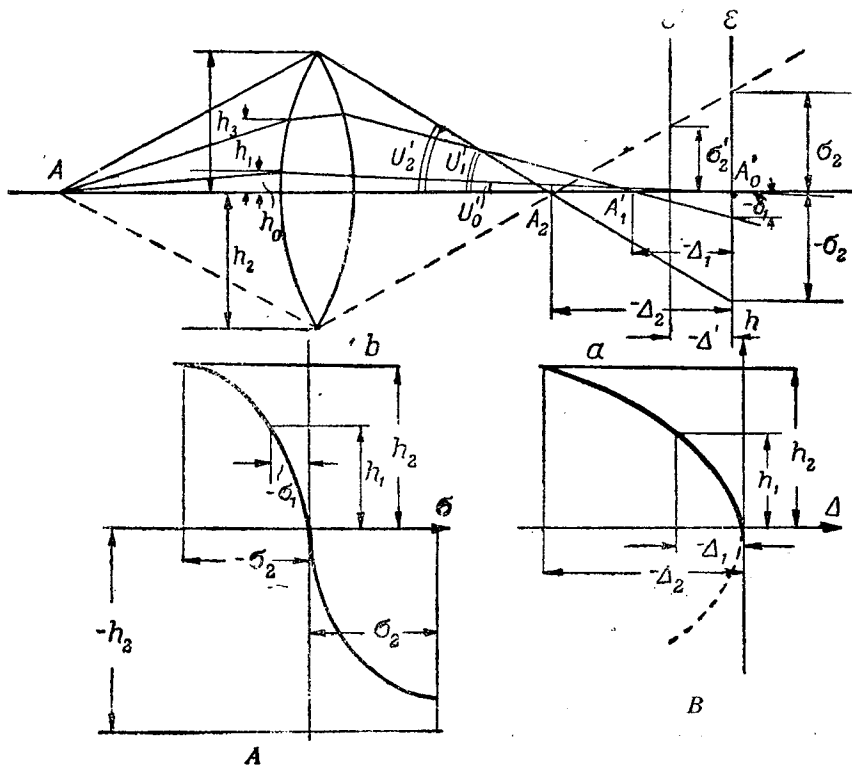
УЧЕНИЕ ОБ АБЕРРАЦИЯХ

§ 13. Сферическая абберация

До сих пор во всех наших рассуждениях мы считали, что гомоцентрическому пучку лучей в пространстве предметов соответствует также гомоцентрический пучок лучей в пространстве изображе-

¹ За исключением случаев объекта в виде точки, объекта в виде тонкой линии, тогда при определении светосилы надлежит учитывать влияние дифракции.

ний. Кроме того нами было доказано, что для одной преломляющей поверхности (а следовательно, и для любой центрированной оптической системы) для всех лучей, образующих достаточно малые углы падения и преломления на преломляющих поверхностях и образующих также достаточно малые углы лучей с осью системы, условие сопряженности гомоцентрических пучков выполняется автоматически. Перейдем теперь к рассмотрению пучков, лучи которых не образуют малых углов с осью системы и малых углов падения



Черт. 31.

A — поперечная aberrация; B — продольная aberrация.

и преломления, т. е., как говорят, к рассмотрению широкого пучка лучей. Исследование этого вопроса мы начнем с рассмотрения широкого пучка лучей, исходящего из точки A , лежащей на оси системы (черт. 31).

Предположим, что из точки A исходит поток лучей, падающих на нашу систему на различных высотах h_0, h_1, h_2 и т. д.

Оказывается, что лучи, выходящие из системы, уже не будут пересекаться все в одной точке (как это имело место для нулевых лучей, имеющих высоту h_0 близкую к нулю), а точки пересечения лучей, выходящих из системы с осью A'_0, A'_1 и т. д., будут располагаться на оси в зависимости от величины высоты h входа луча в систему. Расстояния Δ_1, Δ_2 и т. д. точек A'_1, A'_2 от точки A'_0 (точки пересечения нулевых лучей с осью), являющейся изображением точки A по законам солинейного средства, носят название

продольной сферической абберации, величины же σ ; определяющие величину кружка, являющегося изображением точки A , как расстояние от оси точек пересечения выходящих из системы лучей с плоскостью E , перпендикулярной оси в точке A_0' , носят название поперечной сферической абберации.

Как продольная, так и поперечная сферические абберации могут быть представлены как функции от высот входа лучей с осью h и как функции от угла пересечения u' выходящих лучей с осью. Обычно эти зависимости представляют графически, откладывая по оси ординат величины h (или u'), а по оси абсцисс величины аббераций. Из чертежа (черт. 31) очень легко установить зависимость между величинами поперечных аббераций σ в плоскости E и величинами Δ . Действительно

$$\sigma = \Delta \operatorname{tg} u'. \quad (124)$$

Кроме того весьма нетрудно установить зависимость между абберациями σ' в плоскости E' , отстоящей на величину Δ' от плоскости E .

$$\sigma' = (\Delta - \Delta') \operatorname{tg} u'. \quad (125)$$

В случае объектива (предмет на бесконечности) мы можем полагать, считая, что отступления величин углов выхода реальных лучей от величин углов выхода лучей, определяемых по законам солинейного сродства, будут малыми (а также и величины аббераций по сравнению с отрезками и высотами)

$$\sigma = \Delta \operatorname{tg} u' = \Delta \left(\frac{h}{f'} + \varepsilon \right) = \frac{h}{f'} \Delta \quad (126)$$

и

$$\sigma' = \frac{h}{f'} (\Delta - \Delta'). \quad (127)$$

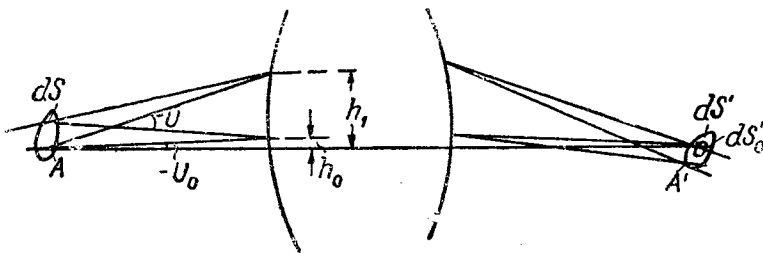
Далее, вследствие центрированности системы нетрудно видеть, что величины продольной сферической абберации не зависят от знака h и u' , т. е., иными словами, абберация продольная является четной функцией от h и u' , абберации же поперечные изменяют знак в зависимости от изменения знака величин h и u' , т. е. являются нечетными функциями от h и u' . Подбором соответствующего смещения Δ' плоскости E' можно изменять величины σ' по сравнению с величинами σ при одних и тех же значениях продольной абберации. Таким образом, величина кружка, являющегося изображением точки A , будет зависеть не только от величины продольной сферической абберации, но также и от положения плоскости E' .

§ 14. Закон синусов. Кома

Предположим, что мы имеем систему, в которой для некоторого положения точки A отсутствует сферическая абберация (черт. 32).

Перейдем с рассмотрению изображения некоторого элемента ds , расположенного в точке A на оси системы.

В этом случае изображение ds'_0 для лучей, идущих вблизи оптической оси (на высоте h_0) будет совпадать с изображением ds' элемента ds , созданного лучами, впадающими в систему на большом расстоянии (высоте h) от оси по положению, по величине же элементы ds'_0 и ds' будут одинаковыми только тогда, когда увели-



Черт. 32

чения для лучей, идущих на высотах h_0 и h , будут одинаковыми. Это условие постоянства увеличения для всех лучей было впервые выведено проф. Аббе и носит название закона синусов.

$$V = \frac{n \sin u}{n' \sin u'} = \text{const}, \quad (128)$$

где n и n' — коэффициенты преломления до и после системы и u и u' — углы луча с осью также до и по выходе из системы.

Легко видеть, что несоблюдение условия синусов в случае отсутствия сферической аберрации вызовет нерезкость общего изображения элемента ds , так как оно будет представлять из себя совокупность несовпадающих друг с другом по величине изображений, создаваемых лучами, идущими на разных высотах.

Перейдем к частному случаю, когда предмет находится на бесконечности (случай объектива). В этом случае условие синусов преобразуется в следующее выражение

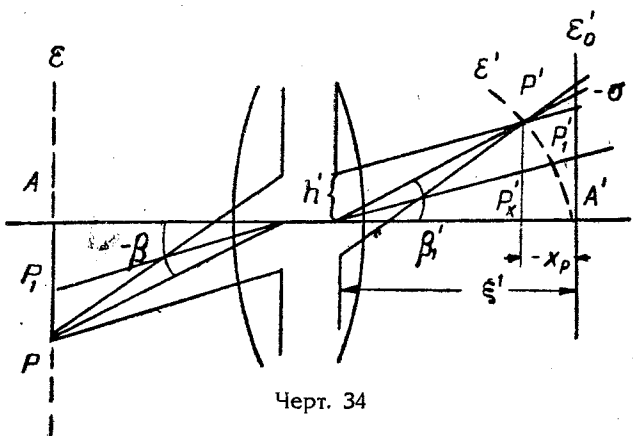
$$\frac{h}{\sin' u} f' = \text{const}, \quad (129)$$

т. е. отношение высоты входящего луча в систему к синусу угла его с осью по выходе из системы должно быть

равно задней фокусной длине f' системы. Для точки, лежащей вне оси системы, несоблюдение условия синусов вызывает появление так называемой аберрации комы, подобной сферической аберрации на оси, но не симметричной относительно центрального луча потока (черт. 33). Определяя точки пересечения выходящих лучей с плоскостью изображения E , мы также можем получить картину так называемой поперечной комы, причем поперечная кома, в отличие от поперечной сферической аберрации, является четной функцией от величин h или u' .

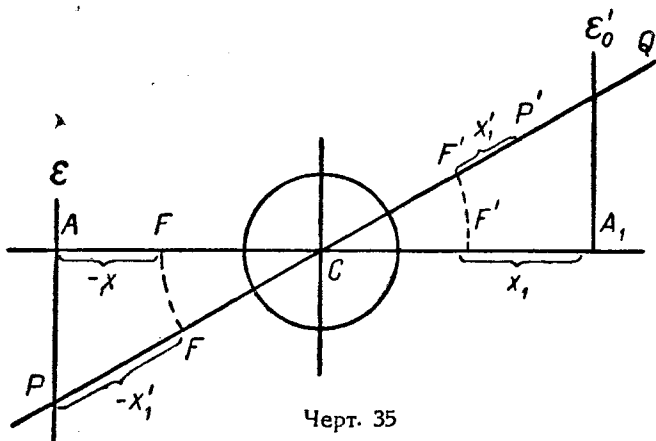
Черт. 33

Переходя к рассмотрению aberrаций для точки, лежащей вне оси системы (к aberrациям наклонного пучка), нетрудно представить себе, что изображение P' некоторой точки P (черт. 34) предметной плоскости E , пересекающейся в точке A с осью системы,



Черт. 34

не будет, вообще говоря, лежать на плоскости E_0' , являющейся изображением плоскости E по законам солинейного сродства. Как пример такого рода системы можно привести concentрическую линзу (шар) (черт. 35).



Черт. 35

В этом случае любую прямую (PQ), проходящую через центр C нашей линзы, мы можем рассматривать как ось, причем фокусные длины для этой оси PQ и положение фокусов F и F' относительно центра линзы C будут тождественны с фокусными длинами для какой-либо другой оси (AA'), что, очевидно, является непосредственным следствием concentричности нашей линзы.

Нетрудно видеть, что расстояние x точки A от переднего фокуса F будет не равно расстоянию x_1 точки P от фокуса F вдоль оси PQ , причем будет иметь место (но не по абсолютной величине)

$$x_1 < x. \quad (130)$$

Пользуясь дважды формулой Ньютона [§ 2 (8)], находим

$$x' = \frac{ff'}{x} \text{ и } x_1' = \frac{ff'}{x_1}. \quad (131)$$

Разделяя оба выражения (131) друг на друга, находим

$$\frac{x_1'}{x'} = \frac{x}{x_1}. \quad (132)$$

В случае, если $x < 0$ и $x_1 < 0$, отношение x и x_1 будет равно отношению абсолютных величин, т. е.

$$\frac{x}{x'} = \frac{(x)}{(x_1)} < 1, \quad (133)$$

так как в силу (130) имеет место $(x_1) > (x)$, что нетрудно видеть из чертежа. Входя с неравенством (133) в выражение (132), находим

$$\frac{x_1'}{x'} = \frac{x}{x_1} < 1 \text{ или } x_1' < x'. \quad (134)$$

С другой стороны из чертежа следует, что для того, чтобы точка P' оказалась на плоскости E_0' , необходимо (но недостаточно), чтобы

$$x_1' > x', \quad (135)$$

что противоречит неравенству (134), чем и доказывается возможность получения изображения P' точки P , принадлежащей плоскости E , вне сопряженной ей по законам солинейного сродства плоскости E_0' . Рассматривая далее плоскость E , как геометрическое место точек P, P_1, P_2 и т. д., мы придем к выводу, что изображением этой плоскости будет являться некоторая поверхность E' , представляющая из себя геометрическое место изображений P', P'_1 и т. д. точек P, P_1, \dots плоскости E .

Нетрудно определить поперечные aberrации в случае наличия одной только кривизны. Действительно, возвращаясь к черт. 34, получаем

$$\frac{h'}{\xi' + x_p} = \frac{\sigma}{x_p}, \quad (136)$$

где x_p есть расстояние проекции P_x' точки P' от точки A' , ξ' — расстояние точки A' от зрочки выхода, h' — высота выходящего луча в зрочке, σ — поперечная aberrация. Пренебрегая величиною x_p по сравнению с ξ' , (136) преобразуется

$$\sigma = \frac{h'}{\xi'} x_p \quad (137)$$

в случае объектива (зрачки находятся в главных плоскостях)

$$\sigma = \frac{h}{f'} x_p. \quad (138)$$

Нетрудно доказать, что так же, как и в случае aberrации сферической, поперечная aberrация будет зависеть от положения плоскости E_0' .

Перейдем теперь к рассмотрению явления астигматизма. Предположим, что мы имеем систему, составленную из 2-х цилиндрических линз, причем радиусы цилиндров не равны друг другу и оси цилиндров повернуты на 90° (черт. 36).

В плоскостях T (чертежа) и S (перпендикулярно чертежу) наша система представится в следующем виде (черт. 37).

Предположим, что у нас перед системой находилась некоторая точка

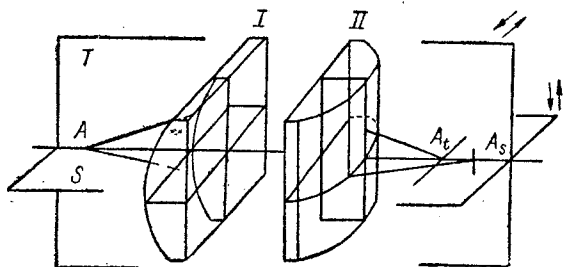
A на оси. Нетрудно видеть, что для лучей, лежащих в плоскости T (черт. 37), мы должны получить где-то изображение A_t точки A .

С другой стороны, для лучей, лежащих в плоскости S , мы также должны получить изображение A_s точки A , причем вследствие разности радиусов кривизны обоих цилиндров изображение A_s , вообще говоря, не совпадет с A_t .

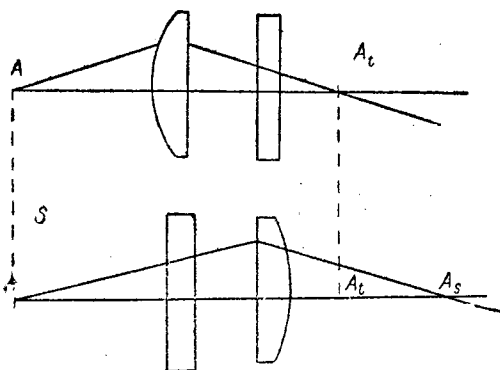
Рассматривая далее картину, которая получается для лучей, исходящих из точки A и идущих в плоскостях, близких плоскостям S и T (получаемых путем покачивания плоскостей S и T в направлениях, указанных стрелками), мы увидим, что изображениями точки A будут являться две линии, проходящие через точки A_s и A_t перпендикулярно

оси и перпендикулярно друг другу. Такого рода явление свойственно нецентрированным системам и носит название астигматизма. Рассматривая же главный луч наклонного пучка как ось системы, мы видим, что наша система не будет центрированной относительно главного луча, вследствие чего изображение точки, лежащей вне оси, может получиться астигматическим.

Картина астигматического изображения представлена на черт. 38, причем внизу показаны отдельно картины поперечных aberrаций,



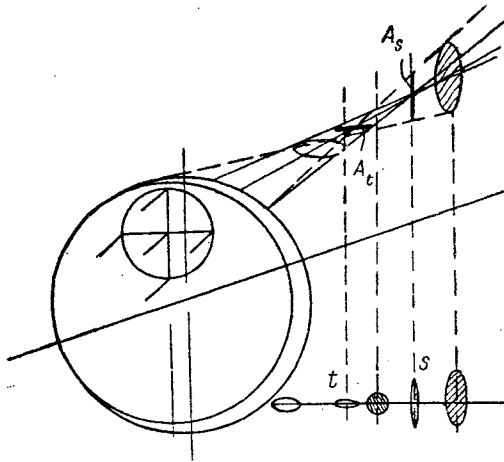
Черт. 36



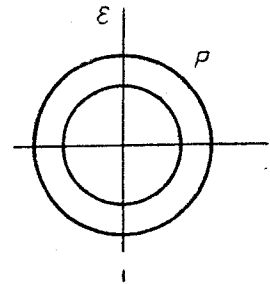
Черт. 37

получающихся при различных положениях плоскости E_0' относительно точек A_s и A_t . Изображение A_t , создаваемое лучами, лежащими в меридиональной плоскости, называется меридиональным или тангенциальным, изображение создаваемое лучами, лежащими в плоскости, перпендикулярной меридиональной, называется сагиттальным или экваториальным, а лучи, создающие его, сагиттальными или экваториальными.

Рассмотрим теперь картину изображения предмета в виде креста и ряда concentрических

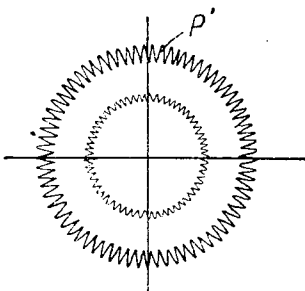


Черт. 38

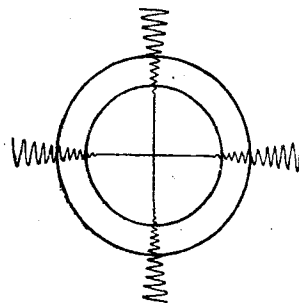


Черт. 39

окружностей с центром на оси системы (черт. 39) в том случае, когда поверхность сагиттального изображения (аналогично случаю кривизны поверхности изображения) совпадает с плоскостью



Черт. 40



Черт. 41

изображения E_0' , полученной по законам солинейного сродства, и поверхность изображения меридиональных лучей не совпадает с плоскостью E' .

В этом случае изображением произвольной точки P является некоторый отрезок, направленный к центру изображения. В силу этого изображения точек, лежащих на радиальных линиях предмета, будут налагаться друг на друга, что вызовет лишь некоторое удлинение радиальных прямых.

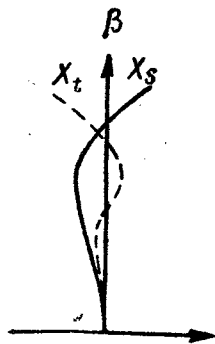
Совершенно иная картина получится для точек, лежащих на concentрических окружностях, так как линии, являющиеся изобра-

жениями этих точек, уже не будут налагаться друг на друга, следствием чего будет размытие изображения concentрических окружностей (черт. 40).

Нетрудно показать, что в обратном случае, т. е. тогда, когда поверхность меридионального изображения совпадает с плоскостью E' и не совпадает с поверхностью сагиттального изображения, размытыми окажутся радиальные прямые, так как изображением произвольной точки будет отрезок, направленный перпендикулярно радиусу, следствием чего будет являться наложение изображений точек, лежащих на окружностях, которые теперь будут изображаться резко (черт. 41). Нетрудно видеть, что как кривизна, так и астигматизм являются функциями положения точки P предмета и в силу этого могут быть представлены как функции угла β или величины изображения y' . Обычно для характеристики оптической системы приводят не самую величину астигматической разности (расстояния между сагиттальным и меридиональным изображениями), а величину проекции ее на ось, или просто величины проекций на ось расстояний точек сагиттальной и меридиональной поверхностей изображений от плоскости $E'o$.

Определение поперечных aberrаций σ производится совершенно аналогично случаю одной только кривизны.

Следует конечно иметь в виду, что вычисление величин поперечных aberrаций наклонного пучка сильно усложняется наличием других aberrаций, например комы, сферической aberrации.



Черт. 42

§ 16. Дисторсия оптическая и фотограмметрическая

До настоящего момента мы имели дело с aberrациями, следствием которых являлось размытие изображения на плоскости, т. е. получение изображения точки в виде некоторого кружка рассеяния. Вместе с тем для измерительных целей (каковые и преследует фотограмметрическая аэросъемка) нам необходимо иметь изображение после оптической системы (например аэроснимок) неискаженным, т. е. полученным строго по законам теории солинейного сродства. В действительности же мы всегда имеем некоторые отступления от законов солинейного сродства, выражающееся в том, что линейное увеличение в сопряженных плоскостях не является постоянным для различного расположения точки на предметной плоскости (но не для различных лучей, исходящих из одной и той же точки, как это имело место для закона синусов).

Обозначая через V реальное линейное увеличение для точки, расположенной на расстоянии u от оси, и через V_0 линейное увеличение по законам солинейного сродства, мы, таким образом, под дисторсией будем понимать величину Δ .

$$\Delta = \frac{V - V_0}{V_0}. \quad (139)$$

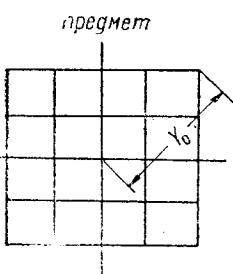
Заменяя $V = \frac{y'}{y_0}$ и $V_0 = \frac{y_0'}{y_0}$, мы находим, вследствие равенства $y = y_0$ (положение точки предмета одинаково как для реальной системы, так и для идеальной системы)

$$\Delta = \frac{y_0}{y_0'} \left(\frac{y'}{y_0} - \frac{y_0'}{y_0} \right) = \frac{y' - y_0'}{y_0'} = \frac{\Delta y'}{y_0'}, \quad (140)$$

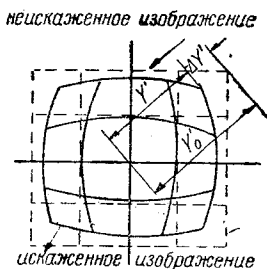
где $\Delta y' = y' - y_0'$ есть некоторая функция от расположения y_0 точки предмета или от величины y_0 , которая определяет собою величину идеального изображения и является также функцией y_0 . Выражение для дисторсии, полученное таким образом, носит название оптической относительной дисторсии или просто относительной дисторсии.

Для измерительных целей больший интерес представляет из себя так называемая абсолютная дисторсия $\Delta y'$

$$\Delta y' = y' - y_0', \quad (141)$$



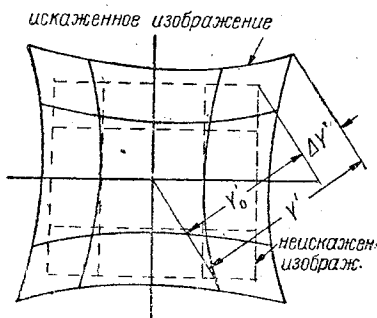
Черт. 43а.



Черт. 43б.
Дисторсия бочкообразная

выражающая собою непосредственно разность между изображением реальным и изображением по солинейному средству (черт. 43а).

В случае, если $\Delta < 0$ (относительная дисторсия отрицательна), мы получаем так называемую бочкообразную дисторсию (черт. 43 б),



Черт. 43с. Дисторсия подушкообразная



Черт. 44

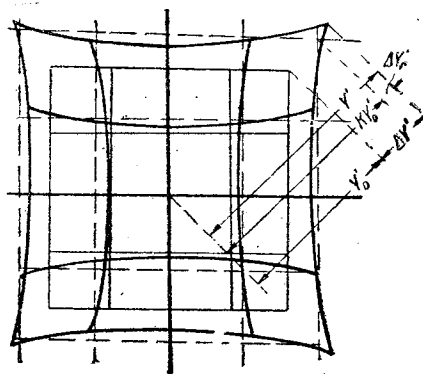
в случае же, если $\Delta > 0$, имеет место дисторсия подушкообразная (черт. 43с). Следует иметь в виду, что относительная дисторсия Δ представляет из себя четную функцию относительно y_0' , абсолютная же дисторсия является нечетной функцией y_0' .

Функциональная зависимость величины Δ от y_0' может быть представлена графически (черт. 44), причем по оси абсцисс откладываются величины Δ , а по оси ординат величины y_0' .

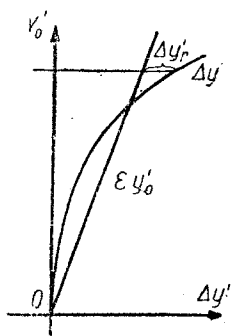
Вследствие полного удовлетворения законов солинейного средства в некотором пространстве около оси системы дисторсия Δ

будет равна нулю при малых значениях y_0' , т.е. кривая, выражающая дисторсию, как функцию от y_0' , будет касательной к оси координат. Перейдем теперь к рассмотрению дисторсии фотограмметрической.

Предположим, что мы попрежнему имеем искаженное изображение некоторого квадрата (черт. 45). Допустим, далее, что нас интересует только искажение самой формы изображения, величина же (размеры) его никакого интереса не представляет. При таких условиях мы должны будем сравнивать полученное нами искаженное изображение не непосредственно с изображением, полученным по законам солинейного сродства, а с идеальным изображением, увеличенным или уменьшенным в K раз



Черт. 45



Черт. 46

таким образом, чтобы это увеличенное или уменьшенное идеальное изображение было наиболее близко к размерам искаженного изображения.

Отступления искаженного изображения от преобразованного указанным способом неискаженного изображения мы и будем называть дисторсией фотограмметрической (абсолютной) и обозначать через $\Delta y_r'$. Из черт. 45 следует

$$y_r' = y_0' + \Delta y_r' = Ky_0' + \Delta y_r', \quad (142)$$

откуда находим

$$\Delta y_r' = \Delta y' - (K-1)y_0'. \quad (143)$$

Предполагая, что $K = 1 + \epsilon$, (143) преобразуется:

$$\Delta y_r' = \Delta y' - \epsilon y_0'. \quad (144)$$

Дадим геометрическую интерпретацию формулы (144). Предположим, что нами был построен график, выражающий зависимость между величинами $\Delta y_r'$ и y_0' (черт. 46). Нетрудно себе представить, что выражение $\epsilon y_0'$ будет представлять собою прямую, проходящую через начало координат и имеющую тангенс угла с осью ординат, равный ϵ .

Тогда разность между абсциссами точек кривой $\Delta y_r'$ и прямой $\epsilon y_0'$ и будет выражать собою абсолютную фотограмметрическую дисторсию $\Delta y_r'$.

Вернемся к формуле (142). Из этой формулы следует

$$\Delta y_r' = y' - K y_0'. \quad (145)$$

Помня, что в случае объектива

$$y_0' = f' \operatorname{tg} \beta, \quad (146)$$

можем написать

$$\Delta y_r' = y' - K f' \operatorname{tg} \beta, \quad (147)$$

$$\Delta y' = y' - f' \operatorname{tg} \beta. \quad (148)$$

Полагая $K f' = f_r'$ (фиктивному фокусу), находим

$$\Delta y_r' = y' - f_r' \operatorname{tg} \beta. \quad (149)$$

Сравнивая (149) с (148), мы видим, что выражение фотограмметрической дисторсии (абсолютной) совершенно аналогично абсолютной оптической дисторсии объектива и отличается лишь введением фиктивного (фотограмметрического) значения для фокусной длины f' объектива. Предоставим читателю убедиться самому, что введение фиктивного фокусного расстояния уменьшает дисторсию лишь только в тех случаях, когда кривая оптической дисторсии $\Delta y'$ не пересекает оси, как это имеет место на чертеже.

§ 17. Дисперсия стекла. Хроматизм

В большинстве случаев свет, попадающий в систему, бывает смешанным (не монохроматическим), обычно белым, т. е. содержащим в себе излучения всего видимого (а частично и невидимого) спектра. Таким образом, оптическая система должна давать изображение для лучей, имеющих различную длину волны.

Известно, что коэффициенты преломления оптического стекла зависят от длины волны (цвета) преломляющегося светового потока. Эта зависимость коэффициентов преломления от длины волны носит название дисперсии. Оптические стекла обладают так называемой нормальной дисперсией, при которой с увеличением длины волны коэффициент преломления уменьшается. Приведем таблицу длин волн, с которыми наиболее часто приходится иметь дело.

Линия	A'	C	D	F	G'
Длина волны в мμ . . .	768,2	656,3	589,3	486,1	434,1

Для обыкновенных стекол (крон C—14) имеем следующие значения коэффициентов преломления n_D (для линии D), n_C (для линии C) и n_F (для линии F).

$$C-14 \quad n_D = 1,5163, \quad n_C = 1,51385, \quad n_F = 1,52191, \quad n_F - n_C = 0,00806, \\ \nu = 64,0.$$

Для обыкновенного флинта, напр. С—8, имеем:

$$C-8, n_D=1,6129, n_C=1,60814, n_F=1,62474, n_F-n_C=0,01660, \\ \nu=36,9.$$

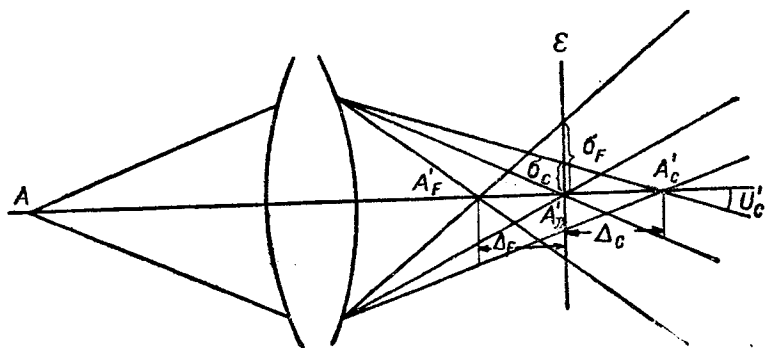
В практике обычно под дисперсией понимают величины разностей n_D-n_C , n_F-n_C и т. д., дисперсию n_F-n_C в частности называют основной. Указанная выше величина ν носит название числа Аббе и представляет из себя¹

$$\nu = \frac{n_D - 1}{n_F - n_C}. \quad (150)$$

Величину, обратную числу Аббе, называют относительной дисперсией

$$\frac{1}{\nu} = \frac{n_F - n_C}{n_D - 1}. \quad (151)$$

Нетрудно себе представить, что всякая оптическая система будет обладать для каждой длины волны соответственными коэф-



Черт. 47

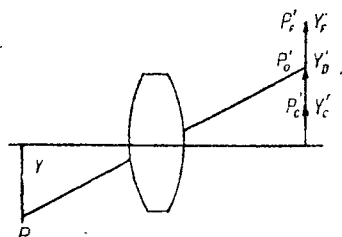
циентами преломления и в силу этого будет существовать (для каждой длины волны) соответственное положение изображения и соответственное значение для линейного увеличения, aberrаций и т. д.

Рассмотрим влияние несовпадения положения изображения для различных длин волн (цветов) спектра на качество изображения. Такого рода несовпадение цветных изображений носит название хроматизма, в частности несовпадение изображений по положению называется хроматизмом положения или I условием хроматизма, несовпадение изображений по величине — хроматизмом увеличения или II условием хроматизма.

Займемся, как это уже было сказано, рассмотрением хроматизма положения (черт. 47). Предположим, что у нас имеется на

¹ В дополнениях число Аббе обозначено через μ , вследствие обозначения $\frac{1}{n} = \nu$, принятого в формулах Зейделя.

оси системы некоторая точка A , испускающая из себя пучок белого света. Пройдя систему, белый свет разложится, и мы получим для каждого цвета свое изображение точки A , для цвета F точку A_F' , для цвета D точку A_D' и т. д. Поставим в точке A_D' изображения точки A для цвета D некоторый экран E . Нетрудно видеть, что лучи цвета C и F дадут нам на этом экране вместо точек некоторые кружки рассеяния, причем эти кружки рассеяния окажутся окрашенными и будут создавать нам цветное размытие изображения. Величина этих кружков рассеяния будет вычисляться совершенно аналогично поперечной сферической аберрации, с той лишь разницей, что величины Δ_C , Δ_F и т. д. будут постоянными.



Черт. 48

Перейдем теперь к рассмотрению II условия хроматизма, полагая, что первое условие хроматизма выполнено, т. е., что по положению изображения для различных цветов совпадают (черт. 48). Нетрудно видеть, что следствием невыполнения II условия хроматизма будет являться несовпадение соответственных точек цветных изображений друг с другом, что вызовет хроматическое размытие каждой точки изображения в радиальном направлении.

Допустим, что наибольшая разность увеличений V имеет место для цветов C и F . Составим разность этих увеличений

$$V_F - V_C = \frac{y_F'}{y_F} - \frac{y_C'}{y_C} = \frac{y_F' - y_C'}{y}, \quad (152)$$

т. к. $y = y_0 = y_C = y_F$. Пользуясь выражением увеличения для цвета D V_D , находим

$$\frac{V_F - V_C}{V_D} = \frac{y_F' - y_C'}{y} \cdot \frac{y}{y_D'} = \frac{y_F' - y_C'}{y_D'} = \frac{\Delta V}{V} = \text{const}, \quad (153)$$

откуда

$$y_F' - y_C' = \frac{\Delta V}{V} y_D'. \quad (154)$$

Из формулы (154) следует, что при малых значениях y_D' разность $y_F' - y_C'$ также становится малой, откуда заключаем, что при соблюдении I условия хроматизма центральная часть изображения даже и при несоблюдении II условия хроматизма окажется неокрашенной. Перейдем к случаю объектива. Полагая, что для различных длин волн фокусные длины объектива неодинаковы, имеем

$$y_C' = f_C' \text{tg } \beta; \quad y_F' = f_F' \text{tg } \beta; \quad y_D' = f_D' \text{tg } \beta. \quad (155)$$

Составляя выражение $\frac{y_F' - y_C'}{y_D'}$, находим

$$\frac{y_F' - y_C'}{y_D'} = \frac{f_F' - f_C'}{f_D'} = \frac{\Delta f'}{f'}. \quad (156)$$

Займемся рассмотрением хроматизма тонкой линзы в воздухе. Имеем следующее выражение для силы линзы [§ 6 (70)]

$$\varphi = \frac{1}{f'} = (n-1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right). \quad (157)$$

Дифференцируя φ по n логарифмически, находим

$$\frac{d\varphi}{\varphi} = -\frac{df'}{f'} = \frac{dn}{n-1} = \frac{1}{v}, \quad (158)$$

так как дифференциал n можно рассматривать как разность коэффициентов. Откуда следует

$$d\varphi = \frac{\varphi}{v} \quad \text{и} \quad df' = \frac{-f'}{v}, \quad (159)$$

т. е. дифференциалы φ и f' (главные части приращений $\Delta\varphi$ и $\Delta f'$) равны отношению силы линзы или фокусной длины с обратным знаком к числу Аббе. Следует иметь в виду, что для тонкой линзы главные плоскости линзы совпадают с самой линзой и разность фокусных длин в этом случае выражает собою и несовпадение изображений, при условии, что предмет находится на бесконечности.

Как пример определим несовпадение изображений для цветов S и F в случае простой линзы, имеющей фокусную длину $f' = 200$ мм и изготовленной из стекла $C-14$.

Имеем

$$df' = -\frac{f'}{v} = -\frac{200 \text{ мм}}{64} = -3,1 \text{ мм}.$$

Определим хроматизм системы из 2-х тонких линз, соприкасающихся друг с другом. В этом случае мы имеем

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2. \quad (160)$$

Дифференцируя, находим, помня (159),

$$d\varphi = d\varphi_1 + d\varphi_2 = \frac{\varphi_1}{v_1} + \frac{\varphi_2}{v_2}. \quad (161)$$

Для отсутствия хроматизма необходимо

$$d\varphi = 0 = \frac{\varphi_1}{v_1} + \frac{\varphi_2}{v_2}, \quad (162)$$

откуда следует

$$\frac{\varphi_1}{\varphi_2} = -\frac{v_1}{v_2}, \quad (163)$$

т. е. отношение сил составляющих систему линз должно быть равно отношению чисел Аббе для стекол, из которых изготовлены линзы, взятому с обратным знаком. Как пример определим силы

линз, изготовленных из сортов стекол $n_1 = C - 14$ и $n_2 = C - 8$ и составляющих систему с фокусом $f' = 100$ $\varphi = \frac{1}{100}$, имеем:

$$\varphi = \frac{1}{100} = \varphi_1 + \varphi_2; \varphi_1 = -\frac{\nu_1}{\nu_2} \varphi_2 = -\frac{64}{36} \varphi_2,$$

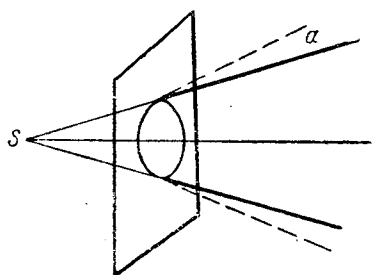
$$\varphi = -\frac{1}{100} = -\left(\frac{64}{36} - 1\right) \varphi_2 = -\frac{7}{9} \varphi_2; \varphi_2 = -\frac{9}{7 \cdot 100} = -0,0128,$$

$$f_2' = -78,0,$$

$$\varphi_1 = \varphi - \varphi_2 = 0,01 + 0,0128 = 0,0228; f_1' = 44,0.$$

§ 18. Понятие о волновой aberrации. Дифракция. Разрешающая способность

Положения геометрической оптики, как известно, не являются исчерпывающими для объяснения всех существующих явлений; так, например, явление дифракции (присутствие тени в геометрической тени α , черт. 49) является противоречащим основным законам геометрической оптики и может быть объяснимо лишь при рассмотрении его с точки зрения волновой теории света.



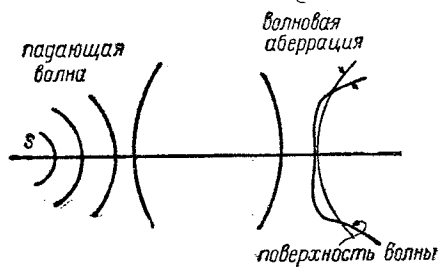
Черт. 49

Как известно, волновая теория света рассматривает явление распространения света как распространение колебательного движения от одних точек эфира к другим; таким образом всегда существует множество точек, имеющих одинаковую фазу колебания в некото-

рый момент времени t и образующих некоторую поверхность, так называемую поверхность уровня фазы, или волновую поверхность. Далее волновая теория учит нас, что геометрический луч представляет из себя нормаль к волновой поверхности. Нетрудно видеть, что если в среде, окружающей светящуюся точку, свет распространяется с одинаковой скоростью по всем направлениям, то волновая поверхность будет иметь форму сферы, имеющей своим центром светящуюся точку, причем нормали к этой поверхности, являющиеся световыми лучами, испускаемыми светящейся точкой, будут являться ее радиусами, что, как известно, полностью согласуется с законами геометрической оптики. Далее нетрудно себе представить, что такая сферическая волновая поверхность, вошедшая в систему, по выходе из системы, вообще говоря, не будет уже сферической, причем отступления ее от сферы носят название волновой aberrации (черт. 50).

Величины волновых aberrаций могут быть определены, если известны aberrации геометрические, останавливаться на определении зависимости между геометрическими и волновыми aberrациями здесь едва ли уместно. Перейдем теперь к рассмотрению вопроса о дифракционной разрешающей силе. Предположим, что рассма-

триваемая нами система идеально коррелирована, т. е., иными словами, предположим, что выходящая из системы волновая поверхность представляет из себя идеальную сферу. Нормали (геометрические лучи) к этой поверхности будут пересекаться строго в одной точке. Поэтому с точки зрения геометрической оптики мы должны были бы получить в качестве изображения геометрическую точку; на самом же деле картина явления получится иная. Действительно, волновая поверхность имеет некоторое конечное количество энергии; это конечное количество энергии должно было бы сосредоточиться в геометрической точке, т. е. на бесконечно малом участке пространства, что противоречит основным положениям физики. Поэтому мы в праве ожидать, что все количество энергии, сосредоточенное на волновой поверхности, распределится на некотором конечном участке плоскости изображения. Действительно, вследствие интерференции света (дифракции) от нашей волновой поверхности в различных точках плоскости изображения мы получим следующую картину (черт. 51).

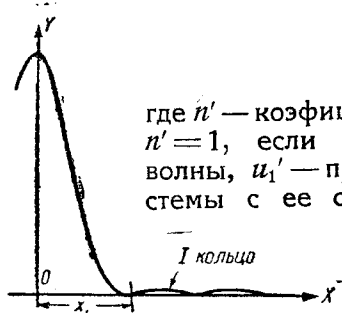


Черт. 50

Ось ординат совпадает с осью системы по оси ординат отложены количества света (энергии), в точках плоскости, определяемых величиной X , отложенной по оси абсцисс и представляющей из себя следующее выражение

$$X = \frac{2\pi n'}{\lambda} u_1' r', \quad (164)$$

где n' — коэффициент преломления последней среды (обычно $n' = 1$, если последняя среда есть воздух), λ — длина волны, u_1' — предельный угол луча, выходящего из системы с ее осью, и r' — расстояние точки, в которой исследуется освещенность.



Черт. 51

Рассматривая черт. 51, мы видим, что у нас имеется максимум количества света, затем количество света при некотором X_1 убывает до нуля, затем снова появляется освещенное кольцо вокруг

центрального пятна, но уже количество света в этом кольце настолько мало по сравнению с центральным пятном, что практического интереса уже не представляет. Определим величину радиуса центрального пятна. Величина X_1 , соответствующая первому минимуму, равняется

$$X_1 = 3,8317 = \frac{2\pi}{\lambda} u_1' r' \quad (165)$$

(полагая $n' = 1$). Находим r'

$$r' = \frac{\lambda \cdot 3,8317}{2\pi u_1'} \quad (166)$$

Величина максимального угла u_1' с осью определяется

$$u_1' = \frac{D'}{2\xi'}, \quad (167)$$

где D' — диаметр зрчка выхода, а ξ' — расстояние от зрчка выхода до плоскости изображения.

Таким образом

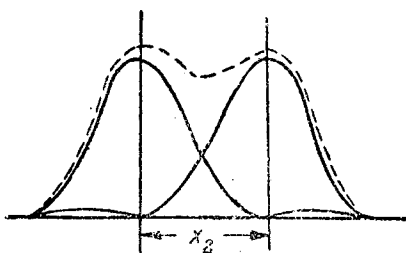
$$r' = \frac{\lambda \xi' \cdot 3,8317}{\pi D'}. \quad (168)$$

Перейдем к рассмотрению изображения 2-х точек (черт. 52), частично налегающих друг на друга.

Картина распределения освещенности в этом случае представится пунктирной линией, с некоторым минимумом. Известно, что разность между этим минимумом и соседними максимумами еще ощутима, если $X_2 = 3,3$ (расстояние между центрами пятен).

Тогда для величины r' получим

$$r' = \frac{\lambda \xi' \cdot 3,3}{\pi \cdot D'}. \quad (169)$$



Черт. 52

Полагая, в случае объектива, что зрчки совпадают с главными плоскостями и что узловые точки совпадают с главными точками, находим

$$\frac{r'}{\xi'} = \beta' = \beta = \frac{3,3\lambda}{\pi D}. \quad (170)$$

Полагая $\lambda = 550 \mu$, находим β в секундах

$$\beta'' = \frac{550 \cdot 3,3}{1\,000\,000 \cdot 3,14 \cdot D} 206\,000'' = \frac{120''}{D}, \quad (171)$$

выражение, которое носит название дифракционной угловой разрешающей силы.

ГЛАВА VI

ПРИЗМЫ

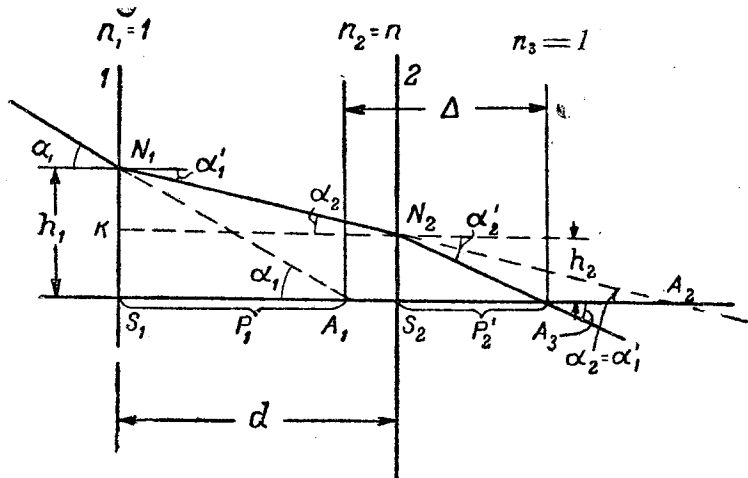
§ 19. Определения. Плоскопараллельная пластинка. Основная формула

Оптические системы, построенные из плоских преломляющих и отражающих поверхностей, носят название оптических призм или просто призм.

Простейшей оптической системой такого рода будет система, построенная из двух плоских преломляющих поверхностей, параллельных друг другу, называемая плоскопараллельной пластинкой или просто планпараллельной пластинкой. Примером такой системы может служить стеклянная пластинка с параллельными пло-

скостями, находящаяся в воздухе, например светофильтр, стекло для выравнивания пленки и т. п. Ниже мы увидим, что любая так называемая отражательная призма может быть заменена при расчете системы эквивалентной ей по своим свойствам (кроме, конечно, отражения) планпараллельной пластинкой определенной толщины или, как говорят, развернута в планпараллельную пластинку. В силу этого нам будет необходимо ознакомиться с некоторыми основными свойствами планпараллельной пластинки.

Предположим, что имеем какую-то планпараллельную пластинку в воздухе (черт. 53), перпендикулярную оси системы. Допустим, что некоторый луч N_1A_1 падает на нашу пластинку в точке N_1 на расстоянии h_1 от оси, пересекая своим продолжением ось в точке A_1 на расстоянии p_1 от первой поверхности и образуя с осью некоторый угол α_1 . Угол падения, очевидно, также будет равен α_1 .



Черт. 53.

Определим угол преломления α_1' , который, как это нетрудно видеть, будет равен углу падения луча α_2 на вторую плоскость. Из закона преломления [§ 5 (50) глава II] имеем

$$\sin \alpha_1' = \sin \alpha_2 = \frac{\sin \alpha_1}{n}. \quad (172)$$

Далее нетрудно определить угол преломления на второй поверхности α_2' , равный углу выходящего луча с осью. Находим

$$\sin \alpha_2' = \sin \alpha_3 = n \sin \alpha_2 = \sin \alpha_1, \quad (173)$$

откуда следует, что $\alpha_3 = \alpha_1$, т. е. выходящий луч всегда параллелен входящему лучу. Перейдем к определению отрезков p_1 и p_2' . Из чертежа имеем

$$p_1 = \frac{h_1}{\operatorname{tg} \alpha_1}; \quad p_2' = \frac{h_2}{\operatorname{tg} \alpha_3} = \frac{h_2}{\operatorname{tg} \alpha_1}. \quad (174)$$

Из треугольника N_1N_2K находим

$$h_2 = h_1 - d \operatorname{tg} \alpha_2. \quad (175)$$

$$p_2' = \frac{h_1 - d \operatorname{tg} \alpha_2}{\operatorname{tg} \alpha_1} = p_1 - \frac{\operatorname{tg} \alpha_2}{\operatorname{tg} \alpha_1} d \quad (176)$$

и после некоторых преобразований

$$p_2' = p_1 - \frac{d}{n} \sqrt{\frac{1 - \sin^2 \alpha_1}{1 - \frac{\sin^2 \alpha_1}{n^2}}} \quad (177)$$

Выражение (177) показывает нам, что при постоянном p_1 , т. е. при гомоцентричности падающего на планпараллельную пластинку пучка лучей, расстояние p_2' точки A_3 от последней поверхности зависит от угла пересечения входящего луча α_1 с осью, следствием чего является отсутствие гомоцентричности выходящего пучка лучей, выражающееся в наличии у выходящего пучка лучей сферической аберрации. В случае, если углы α_2 и α_1 малы, отношение тангенсов может быть заменено отношением синусов, что на основании (176) дает нам

$$p'_{02} = p_1 - \frac{d}{n}, \quad (178)$$

выражение, которое нетрудно получить непосредственно из оптики нулевых лучей. Кроме того из чертежа следует

$$p_1 + \Delta = d + p_2', \quad (179)$$

где Δ есть ни что иное, как перемещение изображения, производимое планпараллельной пластинкой.

Из (178) и (179) находим

$$\Delta_0 = d + p'_{02} - p_1 = d + p_1 - \frac{d}{n} - p_1 = \left(1 - \frac{1}{n}\right) d. \quad (180)$$

Так, например, в случае помещения за объективом (между объективом и фильмом) светофильтра, толщиной 6,0 мм, изготовленного из стекла С-14 $n = 1,5163$, объектив должен быть отодвинут от поверхности изображения на величину, равную смещению изображения Δ , даваемого светофильтром, т. е. на величину Δ , равную

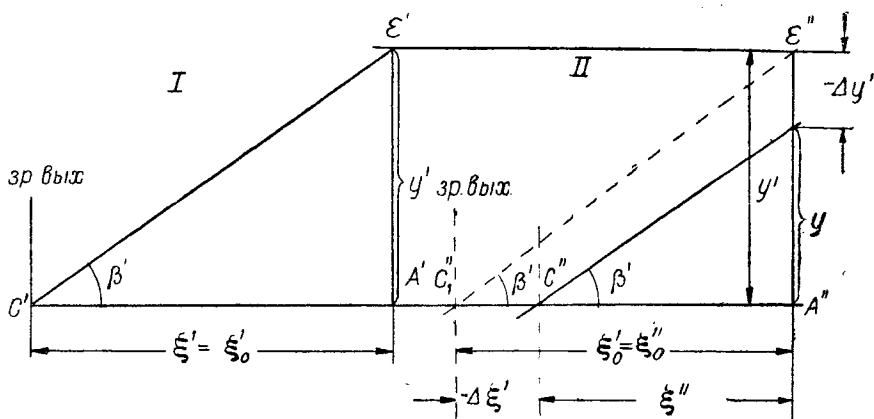
$$\Delta = \left(1 - \frac{1}{1,5163}\right) 6 = 2,04 \text{ мм} \cong 2,0 \text{ мм}.$$

Следует, конечно, отметить, что при малых d отступление выходящего пучка от гомоцентричности (сферическая аберрация выходящего пучка) будет невелико, что явствует из (177).

Нами сейчас был рассмотрен вопрос работы планпараллельной пластинки в том случае, когда предмет находился на конечном расстоянии от пластинки, т. е. тогда, когда пластинка, как говорят, работает в непараллельном ходе лучей.

Коснемся теперь случая, когда предмет находится на бесконечности. В этом случае лучи пучков, исходящих из различных точек предмета, делаются параллельными друг другу и не теряют своей параллельности и после прохождения через планпараллельную

пластинку, т. е. остаются попрежнему гомоцентрическими, давая изображение предмета на бесконечности. На основании (173) и (177), а также наших рассуждений в § 4, можно показать, что планпараллельная пластинка представляет из себя телескопическую систему со всеми увеличениями, равными единице. Из наших рассуждений вытекает, что, помещая планпараллельную пластинку в параллельном ходе лучей, мы не внесем никаких изменений ни для качества изображения, ни для положения изображения. Так, например, ставя перед объективом светофильтр или отражательную призму, эквивалентную планпараллельной пластинке, мы не изменим ни фокусировки объектива, ни качества изображения (в том случае, конечно, если предмет достаточно удален). Рассмотрим вопрос об искажениях изображения (дисторсии), вносимых планпараллельной пластинкой, если она работает в сходящемся (непараллельном) ходе лучей (черт. 54).



Черт. 54

Допустим, что до внесения планпараллельной пластинки после системы мы имеем картину хода лучей, изображенную на черт. 54 (I). Точка C' — центр зрачка выхода, E' — плоскость изображения, ξ' — расстояние от зрачка выхода до плоскости изображения. Предположим, что мы поставили после системы планпараллельную пластинку (черт. 54, II). При этом точки C' и A' для лучей, имеющих малые углы с осью, будут перенесены в точки C_0'' и A_1'' , причем смещение обеих точек, как это следует из (180), будет одинаковым, в силу чего расстояние ξ_0'' от перенесенного центра C_0'' зрачка выхода до перенесенной плоскости E'' изображения окажется равным расстоянию ξ_0' между точками C' и A' . Проводя из точки C_0'' прямую под углом β' к оси (параллельную выходящему лучу), мы получили бы в точке ее пересечения с плоскостью E'' вершину изображения y' , образование которой соответствовало бы законам солинейного сродства. На самом же деле точка C'' пересечения с осью луча, выходящего из системы под некоторым (не малым) углом β' , будет иметь смещение, неравное смещению точек A'' и C_0'' , на величину $\Delta\xi'$, называемую аберрацией в зрачке. Эта величина легко определяется из (177) и (178) вычитанием p_{0_2}' из p_2' .

Таким образом находим

$$\Delta \xi' = \Delta p_2' = p_2' - p_{02}' = \frac{d}{n} \left(1 - \sqrt{\frac{1 - \sin^2 \alpha}{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n^2}}} \right). \quad (181)$$

Далее весьма нетрудно определить разность изображений $\Delta y' = y'' - y'$, находим

$$\Delta y' = \Delta \xi' \operatorname{tg} \beta'. \quad (182)$$

Вследствие того, что обычно углы лучей с осью рисующих изображение значительно больше углов лучей, сходящихся в точках изображения, сферическая абберация, вносимая тонкой планпараллельной пластинкой, значительно меньше абберации в зрачке, в силу чего внесение планпараллельной пластинки за объективом вызывает главным образом появление дисторсии, которая может быть исправлена лишь принятием во внимание планпараллельной пластинки при расчете объектива.

§ 20. Отражательные призмы. Полное внутреннее отражение. Развертывание призмы в планпараллельную пластинку. Угол отклонения, даваемый призмами. Оборачивание изображения, даваемое призмами

Предположим, что мы имеем явление преломления на плоскости (черт. 55), причем $n' < n$ (например преломление из стекла в воздух). Напишем выражение закона преломления Снеллиуса — Декарта:

$$n \sin \omega = n' \sin \omega'. \quad (183)$$

Находим величину синуса угла преломления ω'

$$\sin \omega' = \frac{n}{n'} \sin \omega. \quad (184)$$

В нашем случае $n > n'$ или $\frac{n}{n'} > 1$.

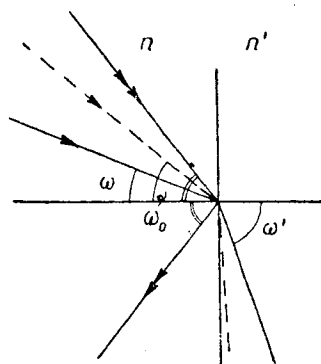
Поэтому для того, чтобы $\sin \omega' \leq 1$, необходимо

$$\sin \omega \leq \frac{n'}{n} < 1. \quad (185)$$

Вместе с тем всегда возможны такие значения ω , при которых

$$\sin \omega > \frac{n'}{n}, \quad (186)$$

так как $\frac{n'}{n} < 1$. Нетрудно убедиться, что в этих случаях $\sin \omega'$ принимает значения > 1 , что показывает на невозможность преломления. В этом случае происходит так называемое явление полного внутреннего отражения, происходящее по известным законам отражения (угол отражения равен углу падения). Условием, необходи-



Черт. 55

мым для получения полного внутреннего отражения, является формула (186). Угол ω_0 , синус которого как-раз равен отношению $\frac{n'}{n}$, носит название предельного угла полного внутреннего отражения. Таким образом для ω_0 находим

$$\omega_0 = \arcsin \frac{n'}{n}. \quad (187)$$

Для случая преломления из стекла ($C - 14 \ n = 1,5163$) в воздух имеем

$$\omega_0 = \arcsin \frac{1}{1,5163} = 41^\circ 20'.$$

Таким образом для лучей, имеющих угол падения $\omega > 41^\circ 20'$, преломление из стекла в воздух невозможно, и для этих лучей будет иметь место явление полного внутреннего отражения.

Явление полного внутреннего отражения, как это мы увидим в дальнейшем, часто применяется в различных конструкциях отражательных призм, обычно тогда, когда одна и та же грань должна являться одновременно отражающей для одной части потока лучей и преломляющей для другой.

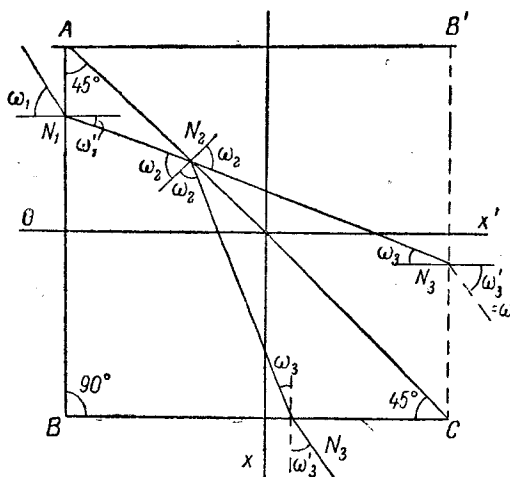
Обратимся к вопросу развертывания призмы в план-параллельную пластинку (чертеж 56).

Предположим, что мы имеем прямоугольную отражательную призму ABC с отражательной гранью (гипотенузой) AC . Пусть N_1, N_2, N_3 ход какого-то отраженного луча.

Допустим далее, что около гипотенузы AC мы построили зеркальное отображение нашей призмы $AB'C$ с зеркальным отображением в ней хода отраженной части N_2N_3' луча после точки N_2 , а также и оси OX' , перпендикулярной входной стороне призмы AB .

Рассмотрим фигуру $AB'CB$, составленную нашей призмой и ее отображением, называемую разверткой призмы (оптической).

Из чертежа легко устанавливаем подобие Δ -ов AN_1N_2, N_2N_3C и $N_2N_3'C$ (на основании равенства углов падения ω_2 и отражения при точке N_2). Откуда следует: 1) угол ω_3' после развертки равен углу ω_3' после призмы; 2) ход луча $N_1N_2N_3'$ в развертке представляет из себя прямую линию; 3) ось OX , образуемая лучом, перпендикулярно входящим к грани AB , на основании (2) преобразуется в ось OX' , перпендикулярную AB и $B'C$, так как AB параллельна $B'C$; 4) расстояние точки N_3' от оси OX' равно расстоянию точки N_3 от оси OX (после призмы), на основании равенства N_3C и $N_3'C$. Из этих четырех положений нетрудно прийти к выводу, что

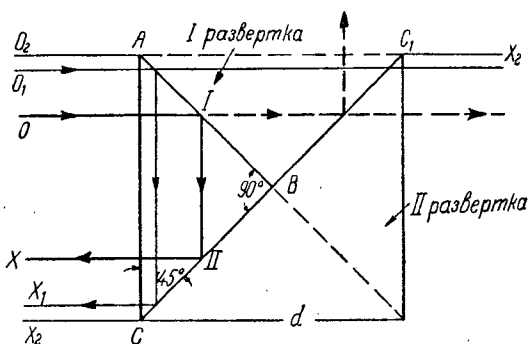


Черт. 56

нашу отражательную призму ABC мы можем заменить планпараллельной пластинкой $ABCB'$, исключив отражение на грани AC , но совершенно не изменяя взаимного расположения выходящих из призмы и планпараллельной пластинки лучей относительно выходящих осей.

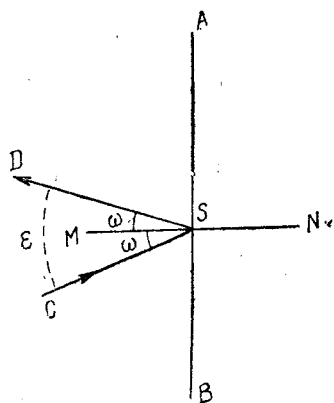
Нетрудно показать (черт. 57), что совершенно аналогичным образом, разворачивая последовательно каждое отражение, можно развернуть в планпараллельную пластинку отражательную призму с несколькими отражениями, например с двумя, как это показано на черт. 57.

Величинами, вполне характеризующими планпараллельную пластинку, как это мы видели ранее, являются величины n и d , т. е. коэффициент преломления стекла, из которого изготовлена планпараллельная пластинка (призма), и толщина пластинки, которую в случае



Черт. 57.

развертки призм обычно называют длиной хода луча в призме и обозначают через l . Легко видеть, что определение длины хода луча можно производить по любому из лучей, например O_1X_1 , параллельному оси OX , так как отрезки между плоскостями входа и выхода для оси OX и параллельной ей развертке луча O_1X_1 , как отрезки параллельных, будут равны друг другу. Так, например, в нашем случае (черт. 57) длина хода луча d будет равна стороне призмы AC , что легко получить, если определить длину хода по лучу O_2X_2 , падающему на призму в точке A . Этот способ определения длины хода по произвольному лучу, падающему на призму перпендикулярно входной грани, мы более наглядно проиллюстрируем в дальнейшем еще аналитически на примере развертки пентапризмы. Перейдем к рассмотрению вопроса об отклонении луча при отражении, полагая, что мы имеем дело только лишь с одной отражающей плоскостью (черт. 58).



Черт. 58

AB — отражающая плоскость; MN — нормаль в точке падения луча S ; CS — падающий луч; SD — отраженный; ω — угол падающего луча с нормалью, равный углу отраженного луча.

Угол ϵ отклонения отраженного луча от первоначального направления будет

$$\epsilon = 2\omega, \quad (188)$$

т. е. угол отклонения равен удвоенному углу падения. Рассмотрим случай отражения луча от 2-х отражающих плоскостей (черт. 59). Первое отражение происходит на плоскости AC в точке A , второе в точке B плоскости BC . Угол между отражающими гранями — α , углы падения и отражения при I отражении — ω_1 , а при II — ω_2 . Угол отклонения луча, как и ранее, — ε . Из треугольника ABC имеем:

$$90^\circ + \omega_1 = \alpha + 90^\circ + \omega_2,$$

откуда

$$\omega_1 - \omega_2 = \alpha. \quad (189)$$

Из треугольника ABD находим

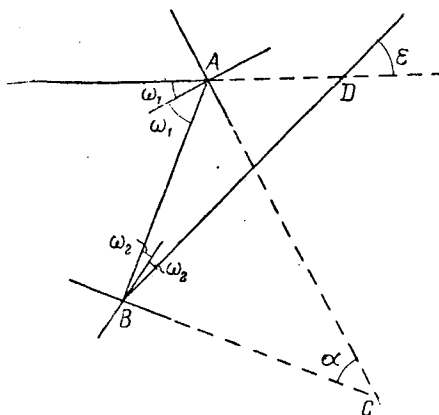
$$2\omega_1 = \varepsilon + 2\omega_2$$

или

$$\varepsilon = 2(\omega_1 - \omega_2). \quad (190)$$

Подставляя в (190) $\omega_1 - \omega_2$ из (189), находим

$$\varepsilon = 2\alpha. \quad (191)$$

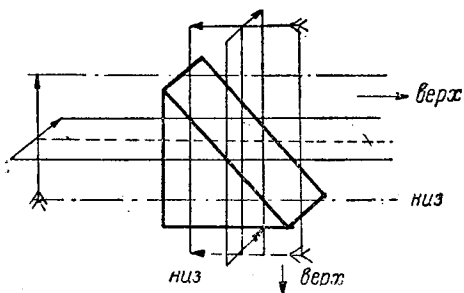


Черт. 59

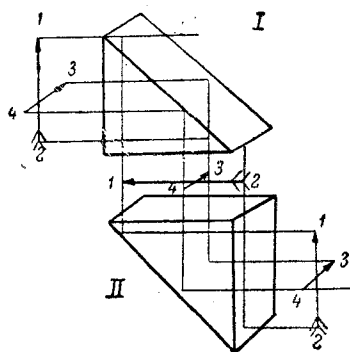
Формула (191) показывает нам, что при 2-х отражениях угол отклонения луча не зависит от угла падения луча. Оба случая отражения нетрудно обобщить, если рассматривать любое число отражений состоящим из некоторого числа двойных отражений и одного или двух остаточных. Таким образом случай I (одно отражение) обобщается на нечетное число отражений, случай же двух отражений обобщается на четное число отражений (имея в виду, конечно, только зависимость или независимость угла отклонения от угла падения луча). Рассматривая любую отражательную призму с точки зрения даваемого ею угла отклонения, нетрудно прийти к выводу, что призмы с нечетным числом отражений должны быть хорошо съюстированы в приборе, так как угловая ошибка юстировки призмы может вызвать отклонение оси после призмы. Призмы же, имеющие четное число, допускают более грубую установку, так как установка призмы не отражается на даваемом ею угле отклонения.

Оборачивание изображения, даваемое отражениями. Рассмотрим оборачивание изображения в случае призмы, имеющей одно отражение (черт. 60). Предположим, что имеется предмет, состоящий из двух перпендикулярно расположенных стрелок, причем вершина вертикальной стрелки (имеющей оперение) расположена сверху, а вершина горизонтальной стрелки — справа наблюдателя. Рассматривая изображение этого предмета после отражения, мы видим, что вертикальная стрелка по отношению к наблюдателю — оперением вверх, а горизонтальная стрелка по-прежнему имеет вершину вправо от наблюдателя. Таким образом изображение, наблюдаемое после призмы, оказывается обернутым в одном направлении или, как говорят, зеркальным.

Рассмотрим случай двух отражений. Предположим, что мы имеем две прямоугольные отражательные призмы (черт. 61). Как и ранее, изображение после первой призмы оказалось зеркальным (оборачивание претерпела только стрелка 1—2). Вторая же призма, оборачивая зер-



Черт. 60



Черт. 61

кальное изображение после первой, точно так же обернула только вертикальную стрелку 1—2, возвратив ее в исходное положение (подобное предмету) и компенсировав тем самым зеркальность изображения после первой призмы.

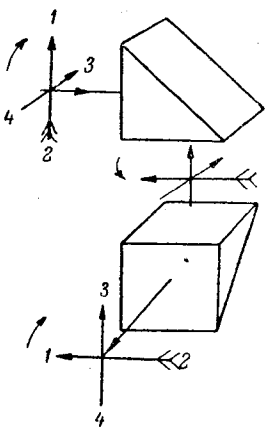
Весьма легко убедиться, что такого рода оборачивание в одном направлении будет происходить при любом положении второй отражательной призмы (например при повороте второй призмы на 90° — черт. 62).

Действительно и в этом случае изображение после обеих призм также окажется незеркальным, хотя вертикальная стрелка примет горизонтальное положение, а горизонтальная — вертикальное.

Рассматривая по часовой стрелке обозначения концов стрелок, мы видим, что концы стрелок следуют в порядке 1—3—2—4. Нетрудно видеть, что и после обеих призм порядок вершин не изменится.

Таким образом мы приходим к следующему положению: при одном отражении изображение получается зеркальным, при двух — незеркальным. Обобщая это положение на какое угодно число отражений, приходим к выводу, что:

1) при нечетном числе отражений изображение получается зеркальным, 2) при четном числе отражений изображение получается незеркальным.



Черт. 62

§ 21. Конструкции призм

В предыдущем параграфе мы уже познакомились с так называемой прямоугольной призмой. Перейдем теперь к рассмотрению призм других конструкций.

1) Пентапризма (черт. 63). Определим аналитически ход произвольного луча, перпендикулярного входной грани AE призмы. Нетрудно видеть, что ход луча в призме симметричен относительно оси симметрии призмы AF . В силу этого

$$\left. \begin{aligned} h &= AK = RL = BM = AR = KL = EQ \\ LN &= LP = LM + MN = LQ + QP = a - h + QP \end{aligned} \right\}. \quad (129)$$

Длина хода луча l будет

$$l = KN + NP + PR = 2KN + NP = 2KN + LN\sqrt{2}. \quad (193)$$

Определим KN и LN , имея в виду, что

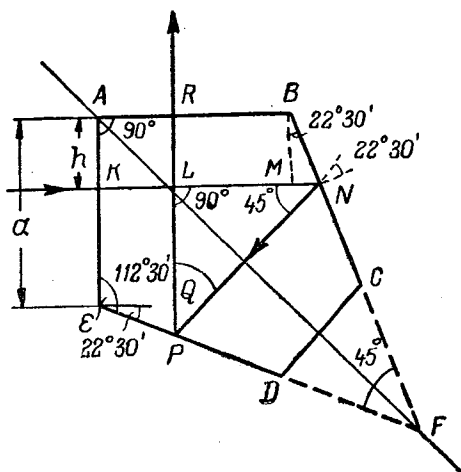
$$\begin{aligned} QP &= MN = h \operatorname{tg} 22^\circ 30' = \\ &= h(\sqrt{2} - 1). \end{aligned} \quad (194)$$

Таким образом

$$\begin{aligned} KN &= a + h(\sqrt{2} - 1), \\ LN &= a - h + h(\sqrt{2} - 1). \end{aligned} \quad (195)$$

Определим l :

$$\begin{aligned} l &= 2a + 2h(\sqrt{2} - 1) + \\ &+ [a + h(\sqrt{2} - 2)]\sqrt{2} = 2a + \\ &+ a\sqrt{2} + h(2\sqrt{2} - 2) + \\ &+ h(2 - 2\sqrt{2}) = \\ &= a(2 + \sqrt{2}). \end{aligned} \quad (196)$$



Черт. 63

В окончательном результате величина h исключилась, в силу чего длина хода луча не зависит совершенно от расстояния луча от вершины A . Значительно быстрее можно определить длину хода луча, если выбрать луч, идущий вдоль стороны AB . В этом случае длина хода будет равна периметру треугольника ABC , т. е.

$$l = 2a + a\sqrt{2} = a(2 + \sqrt{2}),$$

что совершенно тождественно с (196). Графическая развертка пентапризмы представлена на черт. 64.

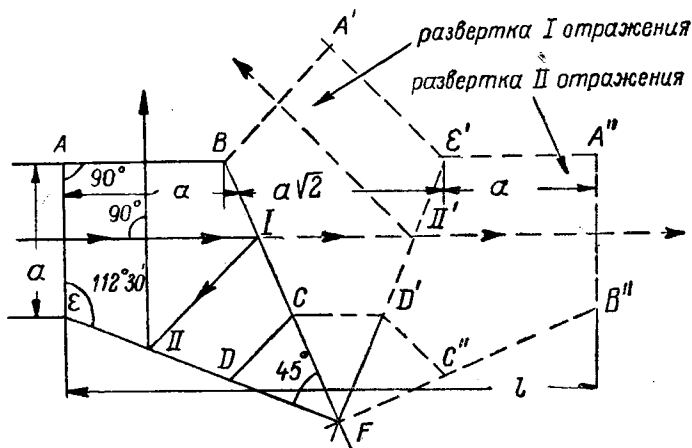
2) Полупентапризма. Аналитическую развертку полупентапризмы наиболее легко получаем по лучу ABL , проходящему через вершину A призмы. Из чертежа 65а имеем

$$l = AB + BL = a + a \frac{\sqrt{2}}{2} = a \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \right). \quad (197)$$

Подобный же результат легко получается и из графической развертки (черт. 65b). Нетрудно видеть, что длина хода вдвое меньше, чем длина хода в пентапризме; угол отклонения, даваемый полупентапризмой, равен 45° (угол отклонения луча пентапризмы ра-

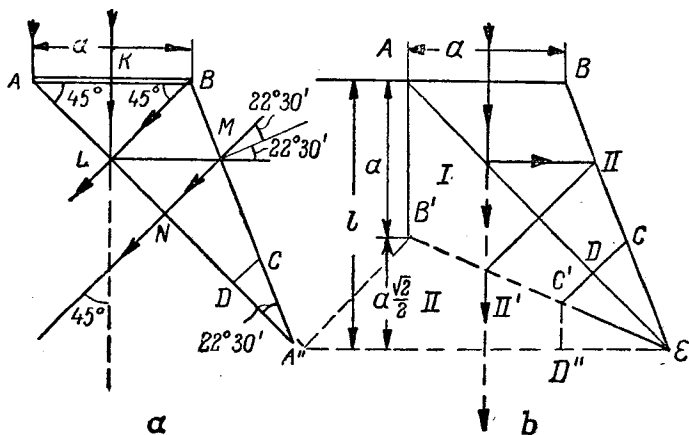
вен 90°); из рассуждений предыдущего параграфа заключаем, что обе призмы, как имеющие по два отражения, дают изображение незеркальным и угол отклонения луча постоянным.

3) Дахпризма (крышеобразная призма, черт. 66). Отличием дахпризмы от обыкновенной прямоугольной призмы является нали-



Черт. 64. Графическая развертка пентапризмы

чие двух отражающих граней, образующих между собою угол в 90° вместо гипотенузной отражающей плоскости, создающих оборачивание изображения и в горизонтальной плоскости, вслед-

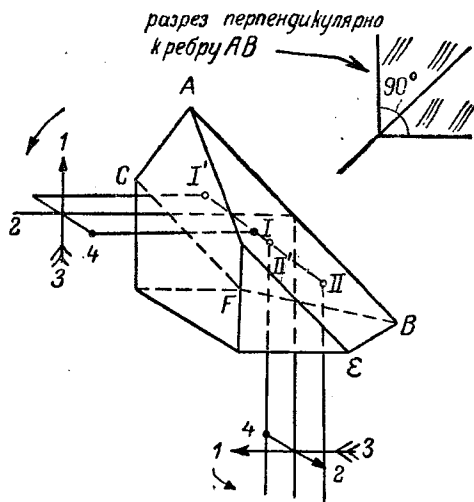


Черт. 65а, б. Развертка полупентапризмы

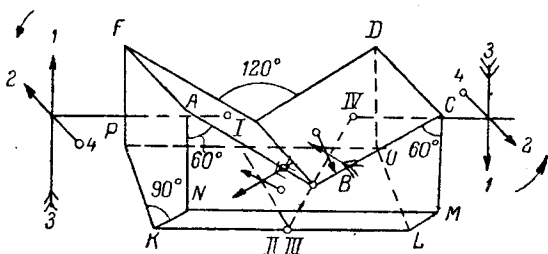
ствие чего изображение после дахпризмы оказывается обернутым, в 2-х направлениях, т. е. делается незеркальным. Легко убедиться, что получение незеркального изображения не противоречит ранее установленному нами правилу, так как каждый луч в дахпризме претерпевает два отражения (луч 4 имеет одно отражение на грани $ABED$ в точке I и второе отражение на грани $ABFC$

в точке II , луч 2 сначала отражается от грани $ABFC$ в точке I' и затем в точке II' на грани $ABED$). Развертка дахпризмы совершенно аналогична развертке обыкновенной прямоугольной призмы, так как длина любого луча, входящего в призму, перпендикулярна входной грани ACD , постоянна и равна, например, длине хода луча, отражающегося бесконечно близко от ребра крыши AB . Доказательство постоянства хода луча

в дахпризме нам придется опустить в виду его сложности. Следует отметить, что правильная работа призмы возможна только в том случае, когда угол между гранями крыши ($ABED$ и $ABFC$) равен 90° . Весьма характерным для дахпризмы является то обстоятельство, что часть лучей отражается сперва гранью $ABDE$ и затем гранью $ABFC$, другая же часть лучей сперва претерпевает отражение на грани $ABFC$ и затем уже на грани $ABED$, т. е. одна часть лучей отражается одной системой отражающих граней, другая же часть потока претерпевает отражения на другой системе граней, соединяющихся затем после отражений в один поток лучей. Таким образом дахпризму мы можем рассматривать как призму с разделением хода лучей. Более подробно с конструкциями призм с разделением хода лучей мы познакомимся в следующем параграфе.



Черт. 66. Дыхпризма



Черт. 67. Общий вид призмы Аббе.

отражения, из которых, 2 отражения (первое и последнее) происходят на гранях $ABFE$ и $BCDE$, составляющих между собою угол в 120° , и 2 отражения — на гранях крыши $KLMNOP$, оборачивающих изображение в горизонтальной плоскости (грани $ABFE$ и $BCDE$ и крыша оборачивают изображение в вертикальной плоскости).

На чертеже 68 представлена схема хода лучей в призме Аббе. Перейдем к определению длины хода луча в призме. Наиболее

4) Призма проф. Аббе (черт. 67). В некоторых случаях встречается необходимость получения полного оборачивания изображения при сохранении направления оси. Такого рода оборачивание изображения выполняется призмой Аббе, имеющей 4 от-

удобно для этого воспользоваться не осевым лучом $LHMN$, а лучом $AFBG$, входящим в призму в точке A . Длина хода тогда будет

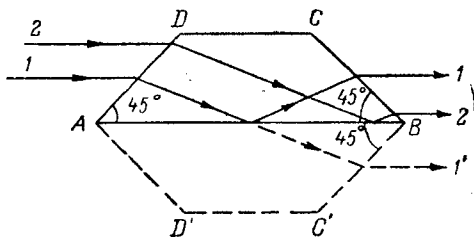
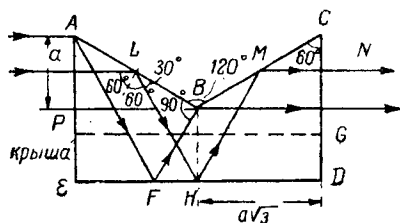
$$l = AF + FB + BG. \quad (198)$$

Рассмотрим $\triangle ABP$. Имеем

$$AB = 2a; \quad PB = BG = a\sqrt{3}. \quad (199)$$

Далее из $\triangle ABF$ следует

$$AF = 2BF = \frac{2AB}{\sqrt{3}} = \frac{4a}{\sqrt{3}}; \quad BF = \frac{2a}{\sqrt{3}}. \quad (200)$$



Черт. 68. Схема хода лучей в призме Аббе

Черт. 69. Развертка призмы Дове

Вставляя (199) и (200) в (198), находим

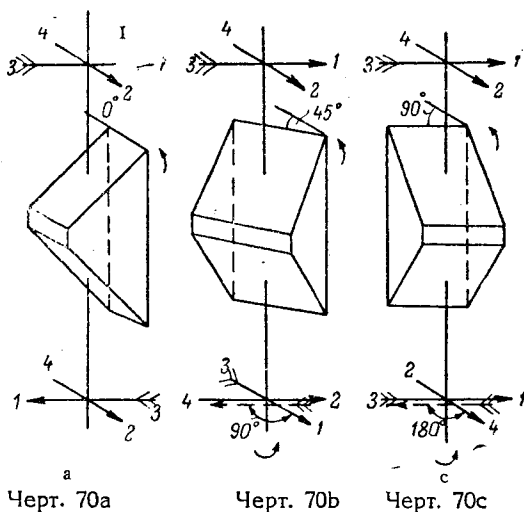
$$l = 2BF + BF + BG = \frac{6a}{\sqrt{3}} + a\sqrt{3} = 2a\sqrt{3} + a\sqrt{3} = 3a\sqrt{3}. \quad (201)$$

Графическую развертку призмы Аббе предоставим проделать читателю.

5) Призма Дове (черт. 69). Рассматривая развертку призмы Дове, мы видим, что характерным отличием призмы Дове является неперпендикулярность входной и выходной грани призмы к оси $I-I$. Вследствие этого призма Дове разворачивается в планпараллельную пластинку $ADBC'$, не перпендикулярную к оси, или, как говорят, в наклонную планпараллельную пластинку. Нетрудно видеть, что при развертке призмы Дове ось уже не разворачивается в прямую, а остается ломаной линией. В силу этого употребление призмы Дове возможно лишь в параллельном ходе лучей, так как помещение наклонной планпараллельной пластинки в сходящемся ходе внесет аберрации, не симметричные относительно оси, которые уже нельзя компенсировать аберрациями центрированной части системы. Вследствие того, что призма Дове имеет только одно отражение на грани AB , изображение после призмы оборачивается лишь в одном направлении, т. е. делается зеркальным. Проследим более внимательно оборачивание изображения призмой Дове в связи с вращением ее около оси $I-I$ (черт. 70а, 70б, 70с).

Обращая внимание на то, что оборачивание при одном отражении происходит лишь в плоскости главного сечения призмы и не

происходит в направлении, параллельном отражающей грани, легко можно построить картину оборачивания изображения при различных положениях призмы относительно одного и того же предмета. Нетрудно установить, что при вращении призмы вокруг оси изображение после призмы также будет вращаться вокруг оси со скоростью вдвое большей, чем призма, и в том же направлении.



Таким образом призма Дове может быть применена в тех случаях, когда необходимо получить возможность вращения изображения.

§ 22. Преломляющие призмы. Основная формула. Хроматическое рассеяние. Некоторые особые приемы конструирования призм

Выше мы имели случай отражательной призмы (призма Дове), которая развертывалась в наклонную планпараллельную пластинку, не перпендикулярную к оси.

Нетрудно убедиться, что, вообще говоря, возможен случай, когда отражательная призма не развертывается в планпараллельную пластинку, как например призма, представленная на черт. 71, обладающая неравными углами $BAC = 45^\circ \neq BCA$, вследствие чего углы $ABC = AB'C$ получаются неравными 90° , в то время как угол $BAV' = 2BAC = 90^\circ$, откуда вытекает, что AB непараллельна BC . Поэтому луч KN , входящий в призму перпендикулярно грани AB (без преломления), будет образовывать с нормалью к выходной грани BC в точке N (или при развертке с нормалью к грани $B'C$ в точке N') некоторый угол ω , не равный нулю, следствием чего будет являться преломление луча на выходной грани. Таким образом мы приходим к понятию так называемой преломляющей призмы или клина.

Разберем преломляющую призму более подробно, полагая, что угол, образуемый плоскостями преломляющей призмы σ (черт. 72)

мал и сама призма находится в воздухе. Определим угол отклонения луча ϵ . Из чертежа имеем

$$\epsilon = \omega_1 - \omega'_1 + \omega'_2 - \omega_2. \quad (202)$$

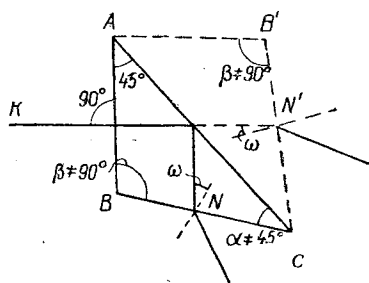
На основании закона преломления Снеллиуса—Декарта в случае, если углы падения и преломления малы,

$$\omega_1 = n \omega'_1 \quad \text{и} \quad \omega'_2 = n \omega_2; \quad (203)$$

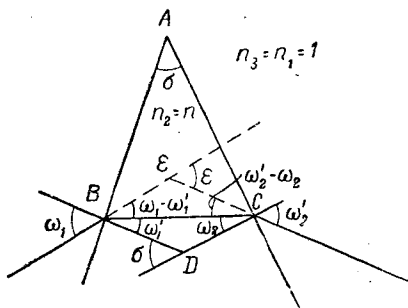
поэтому (202) можно представить:

$$\epsilon = \omega'_1(n-1) + \omega_2(n-1) = (\omega'_1 + \omega_2)(n-1). \quad (204)$$

Из треугольника BCD следует, помня, что угол между нормальными σ равен преломляющему углу призмы,



Черт. 71



Черт. 72

$$\sigma = \omega'_1 + \omega_2. \quad (205)$$

На основании (205) для ϵ окончательно находим

$$\epsilon = (n-1) \sigma. \quad (206)$$

Определим угол $d\epsilon$ хроматического рассеяния, даваемого преломляющей призмой. Дифференцируя (206) логарифмически по n (аналогично случаю тонкой линзы в воздухе), находим

$$\frac{d\epsilon}{\epsilon} = \frac{dn}{n-1} = \frac{1}{\nu}, \quad (207)$$

откуда окончательно угол рассеяния $d\epsilon$, помня (206),

$$d\epsilon = \frac{\epsilon}{\nu} = \frac{\sigma}{\nu} (n-1). \quad (208)$$

Отсутствие хроматического рассеяния ($d\epsilon = 0$) возможно лишь в случае $\epsilon = 0$, что, как нетрудно видеть, соответствует случаю $\sigma = 0$, т. е. случаю планпараллельной пластинки. Рассмотрим случай двух преломляющих призм. Общий угол отклонения ϵ очевидно будет

$$\epsilon = \epsilon_1 + \epsilon_2, \quad (209)$$

где ε_1 и ε_2 углы отклонения, даваемые составляющими призмами отдельно. Дифференцируя (209) и пользуясь дважды (208) (аналогично случаю 2-х тонких линз), находим

$$d\varepsilon = d\varepsilon_1 + d\varepsilon_2 = \frac{\varepsilon_1}{\nu_1} + \frac{\varepsilon_2}{\nu_2}. \quad (210)$$

Для ахроматизации системы из 2-х призм необходимо, чтобы $\varepsilon = 0$. Это возможно лишь в случае

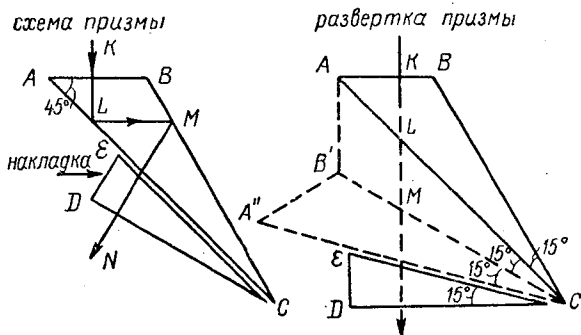
$$\frac{\varepsilon_1}{\nu_1} = -\frac{\varepsilon_2}{\nu_2}. \quad (211)$$

В случае, если обе призмы выполнены из одного сорта стекла ($\nu_1 = \nu_2$ и $n_1 = n_2$), получаем:

$$\varepsilon_1 = -\varepsilon_2; \quad \varepsilon = 0; \quad \sigma_1 = -\sigma_2, \quad (212)$$

т. е. призмы должны дополнять друг друга до план-параллельной пластинки. Этим свойством преломляющих призм пользуются

для обращения развертывающихся в план параллельную пластинку отражательных призм в развертывающиеся посредством введения дополнительной преломляющей призмы (накладки). Пример такого рода призм представлен на черт. 73 (полупентапризма с накладкой).

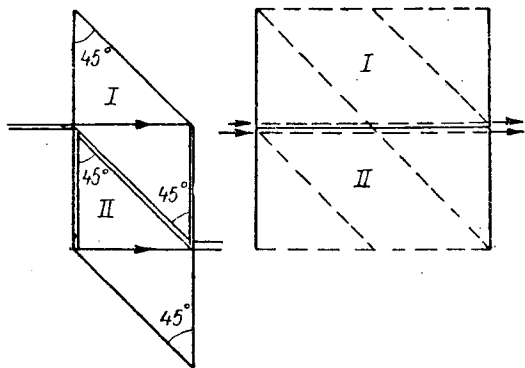


Черт. 73. Развертка призмы накладка

Заметим, что формула (211) указывает нам на возможность постройки составной преломляющей призмы, исправленной на хроматизм. Такая призма, будучи поставленной в параллельном ходе лучей, не изменит их сходимости, так как угол отклонения луча призмой совершенно не зависит от расстояния точки B входа луча в призму от ее вершины A , вследствие чего параллельный пучок лучей, вошедший в призму, останется и по выходе из призмы также параллельным, т. е. изображение бесконечно-удаленного предмета после призмы также останется на бесконечности. Помещая же преломляющую призму в сходящемся ходе лучей, мы, как и в случае наклонной планпараллельной пластинки, внесем aberrации, не симметричные относительно оси системы. Как пример практического употребления преломляющих призм, можно привести преломляющую призму визира, употребляемую для отклонения его оптической оси.

Перейдем теперь к рассмотрению призм с разделением хода лучей. Выше нам уже пришлось столкнуться с разделением хода лучей в крышеобразной призме. Более четко картина разделения хода лучей может быть проиллюстрирована на примере составной

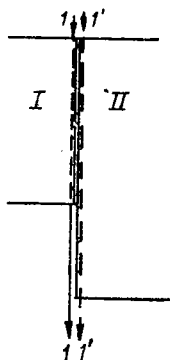
ромбической призмы (черт. 74). Составная ромбическая призма построена из двух ромбических призм I и II, разделяющих световой поток, входящий в призму, на две части и соединяющих после оборачивания обе части потока. Разделение и соединение частей потока нетрудно проследить по лучам I и II. Развертка призмы, как это следует из чертежа, представляет из себя две планпараллельные пластинки I и II, обладающие одинаковой длиной хода лучей, что равносильно одной планпараллельной пластинке, вследствие чего составная ромбическая призма может употребляться и в сходящемся ходе лучей.



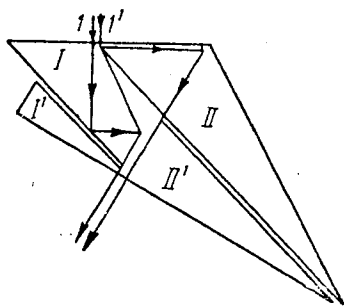
Черт. 74. Общая схема составной ромбической призмы. Развертка составной ромбической призмы.

Как последний пример приведем призму для широкополосной насадки Научно-исследовательского института аэрофотосъемки, представленную на черт. 75а и 75б.

Эта призма составлена из двух полупентапризм I и II с накладками I' и II', но обладающих различной длиной хода лучей, что достаточно наглядно представлено на черт. 75а. Такого рода неравенство хода лучей в составляющих призмах может иметь место лишь тогда, когда призма работает в параллельном ходе лучей (например перед объективом аэрокамеры).



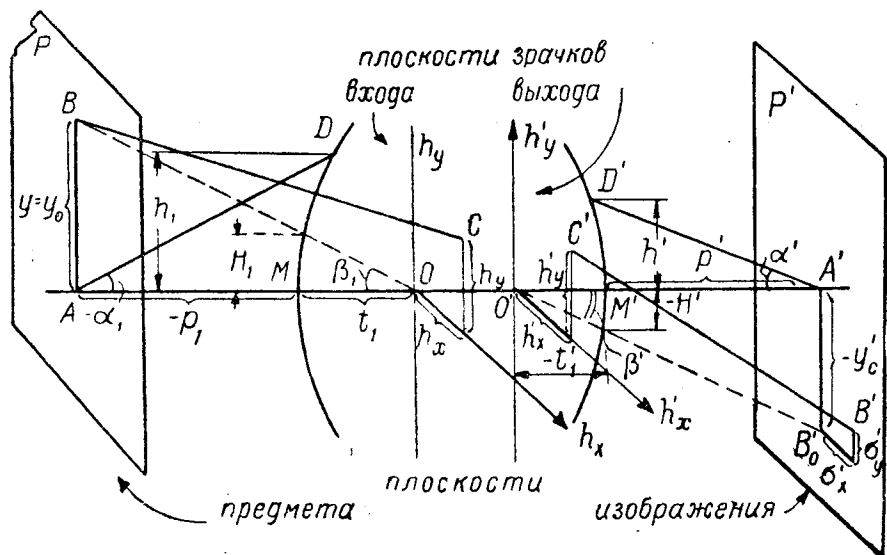
Черт. 75а. Развертка призмы широкополосной насадки НИИА



Черт. 75б. Схема призмы широкополосной насадки НИИА

Помещение призмы, обладающей разной длиной в составляющих частях в сходящемся ходе лучей, вызовет различное расположение изображений, вследствие чего изображения от составляющих призм не будут совпадать друг с другом.

1. Аберрации наклонного пучка. Формулы Зейделя. Предположим, что мы имеем некоторый луч BC (черт. 76), входящий в систему и исходящий из некоторой точки B плоскости P , пересекающейся с осью системы в точке A . Центр зрачка входа лежит в точке O на оси; координаты точки C пересечения входящего луча BC с плоскостью зрачка входа суть h_x и h_y ; величины h'_x и h'_y соответствуют координатам точки пересечения $C'B'$ с плоскостью выходного зрачка, имеющего центр на оси в точке O' ; P' — плоскость сопряженная плоскости P



Черт. 76.

по законам солинейного сродства; y'_0 суть изображение отрезка $BC = y_1 = y_0$, полученное также по законам солинейного сродства; AD и $D'A'$ — нулевой луч, определяющий положение плоскостей P и P' ; BO и $O'B'$ — нулевой луч, определяющий положение зрачков; σ'_x и σ'_y — координаты точки пересечения выходящего луча $C'B'$ с плоскостью P' относительно вершины B'_0 . Гауссовского изображения представляют из себя не что иное, как поперечные аберрации нашего произвольно входящего в систему луча.

Нетрудно убедиться, что величины σ'_x и σ'_y представляют из себя некоторые функции координат y_0 , h_x и h_y входящего в систему луча или, что равносильно, функции величин y'_0 , h'_x и h'_y , относящихся уже к выходящему лучу, в предположении, что как система, так и положения плоскостей предмета P и изображения P' , а также и плоскостей обоих зрачков неизменны.

Величины σ'_x и σ'_y можно рассматривать так же как результирующие всех аберраций системы для рассматриваемого наклонного пучка; это делается особенно наглядным при анализе двух первых членов разложения величин σ'_x и σ'_y в ряд Тейлора по степеням

какой-либо совокупной системы трех независимых переменных (например y_0 , h_x и h_y), определяющих собою ход исследуемого луча. Подобного рода формулы разложения для двух первых членов строки Тейлора, связывающие кроме того величины аберраций σ_x' и σ_y' со всеми параметрами, определяющими оптическую систему в области нулевых лучей, носят название формул Зейделя или формул для аберраций третьего порядка (так как при выводах этих формул пренебрегают третьими степенями и выше при разложениях в ряд тригонометрических функций) и могут быть представлены в следующем виде¹, полагая $y_1 = y_0$:

Меридиональная составляющая σ_y' .

$$\sigma_y' = \frac{1}{n'\alpha'^4} (u_x'^2 + u_y'^2) u_y' B - \frac{1}{\alpha'^2} (u_x'^2 + 3u_y'^2) y_0' K + + n' \cdot u_y' y_0'^2 (3C + D) - n'^2 \alpha'^2 \cdot y_0'^3 E. \quad (1)$$

Сагиттальная составляющая σ_x' .

$$\sigma_x' = \frac{1}{n'\alpha'^4} (u_x'^2 + u_y'^2) u_x' B - \frac{1}{\alpha'^2} u_x' u_y' y_0' K + + n' u_x' y'^2 \cdot (C + D), \quad (2)$$

причем величины, u_x' и u_y' суть отношение координат h_x' и h_y' к расстоянию $p' - t'$ между плоскостью зрачка выхода и плоскостью изображения; n' — коэффициент преломления среды, в которой лежит изображение; α' — угол с осью выходящего из системы нулевого луча $D'A'$, определяющего положение плоскости изображения. Коэффициенты же B , K , C , D и E , называемые Зейделевскими и определяющие собою связь с параметрами системы, представляются следующими формулами:

$$B = \frac{1}{2} \sum_{s=1}^{s=m} h_s P_s; \quad (3)$$

$$K = \frac{1}{2l} \sum_{s=1}^{s=m} h_s P_s \frac{\beta_{s+1} - \beta_s}{\alpha_{s+1} - \alpha_s} = = \frac{1}{2} \left[\frac{H_1}{l h_1} \sum_{s=1}^{s=m} h_s P_s - \sum_{s=1}^{s=m} W_s + \sum_{s=2}^{s=m} h_s S_s P_s \right]; \quad (4)$$

$$C = \frac{1}{2l^2} \sum_{s=1}^{s=m} h_s P_s \frac{(\beta_{s+1} - \beta_s)^2}{(\alpha_{s+1} - \alpha_s)^2} = \frac{1}{2} \sum_{s=1}^{s=m} \frac{\nu_{s+1} \alpha_{s+1} - \nu_s \alpha_s}{h_s} - - \sum_{s=2}^{s=m} S_s W_s + \frac{1}{2} \sum_{s=2}^{s=m} h_s S^2 P_s + \frac{H_1}{l h_1} \left[2K - \frac{H_1}{l h_1} B \right]; \quad (5)$$

$$D = \frac{1}{2} \sum_{s=1}^{s=m} \frac{\nu_s - \nu_{s+1}}{r_s} + C = \frac{1}{2} \sum_{s=1}^{s=m} \frac{\nu_s \alpha_{s+1} - \nu_{s+1} \alpha_s}{h_s} + C; \quad (6)$$

¹ Формулы Зейделя приводятся нами без вывода, в виду чисто технической громоздкости последнего, не представляющего для нас какого-либо интереса.

$$\begin{aligned}
E = & \frac{1}{2l} \sum_{s=1}^{s=m} \frac{\nu_s \alpha_{s+1} - \nu_{s+1} \alpha_s}{h_s} \left(\frac{\beta_{s+1} - \beta_s}{\alpha_{s+1} - \alpha_s} \right) + \\
& + \frac{1}{2l^3} \sum_{s=1}^{s=m} h_s P_s \frac{(\beta_{s+1} - \beta_s)^3}{(\alpha_{s+1} - \alpha_s)^3} = -\frac{1}{2} \sum_{s=1}^{s=m} \frac{\nu_s^2 + 1 - \nu_s^2}{h_s^2} + \\
& + \frac{1}{2} \sum_{s=2}^{s=m} S_s \frac{(\nu_s + 3\nu_{s+1}) \alpha_{s+1} - (\nu_{s+1} + 3\nu_s) \alpha_s}{h_s} - \frac{3}{2} \sum_{s=2}^{s=m} S_s^2 W_s + \\
& + \frac{1}{2} \sum_{s=2}^{s=m} h_s S_s^3 P_s + \frac{H_1}{l h_1} [D + 2C] - \frac{H_1^2}{l^2 h_1^2} \left[3K - \frac{H_1}{l h_1} B \right], \quad (7)
\end{aligned}$$

где I — инварианта Лагранж-Гельмгольца для двух лучей

$$I = y_0 \alpha_1 n_1 = y_s \alpha_s n_s = y_0' \alpha_1' n_1', \quad (8)$$

величина P_s

$$P_s = \frac{(\alpha_{s+1} - \alpha_s)^2}{(\nu_{s+1} - \nu_s)^2} (\alpha_{s+1} \nu_{s+1} - \alpha_s \nu_s), \quad (9)$$

величина W_s

$$W_s = \frac{\alpha_{s+1} - \alpha_s}{\nu_{s+1} - \nu_s} (\alpha_{s+1} \nu_{s+1} - \alpha_s \nu_s), \quad (10)$$

величина S_s

$$S_s = \sum_{k=1}^{k=s-1} \frac{\nu_{k+1} d_k}{h_{k+1} h_k}; \quad S_1 = 0; \quad (11)$$

величины h_s и α_s представляют собой, как обычно, высоты и углы (на „ S “ поверхности) для нулевого луча, определяющего положение предмета и изображения; величины H_s и β_s играют ту же роль по отношению к нулевому лучу, определяющему положение зрачков; r_s и d_s , как всегда, — радиусы поверхности и толщины; величины ν_s равны обратным величинам от n_s коэффициентов преломления.

Возвращаясь к формулам (1) и (2), заметим, что первые члены в обеих формулах, не содержащие y_0' и содержащие коэффициент B , выражают собою сферическую абберацию, в чем нетрудно убедиться, положив остальные члены равными нулю и обнаружив полную симметрию суммарной абберации $\sigma' = \sqrt{\sigma_x'^2 + \sigma_y'^2}$ вокруг оси, полагая u' , т. е. угол, образуемый в нашем частном случае выходящим лучом с осью системы $u' = \sqrt{u_x'^2 + u_y'^2} = \text{const}$, т. е. постоянным.

Члены формул (1) и (2), содержащие y_0' в первой степени и коэффициент K , определяют абберацию комы, члены, содержащие y_0' в квадрате, выражают частью, содержащей коэффициент C , влияние астигматизма, частью же, содержащей коэффициент D , — влияние кривизны поверхности изображения при отсутствующем астигматизме на поперечные абберации; член, содержащий коэффициент E и y_0' в третьей степени, определяет собою дисторсию.

Важно отметить, что значения aberrаций, определяемые по формулам Зейделя, очень часто сильно расходятся с действительными aberrациями системы, однако, несмотря на это, формулы Зейделя представляют из себя большую ценность при анализировании общих свойств коррекции той или иной оптической системы. Формулы Зейделя позволяют определить характер aberrаций тех или иных элементов системы и в некоторых случаях невозможность или трудность коррекции; так например в случае тонкой системы, полагая все d_s равными нулю (что сейчас же дает нам все $S_s = 0$ на основании (11), а также и все $h_s = h_1$ на основании (33) (§ 4 главы I) и исправление системы осуществленным уже в отношении сферической aberrации и комы, мы видим, что уничтожение астигматизма, определяемое равенством коэффициента C нулю, делается невозможным в силу постоянства значения первой суммы (в виду перекрестных сокращений вследствие равенства всех h_s друг другу), определяемой значениями α_1 и α' , и равенства всех остальных членов нулю, либо вследствие равенства нулю всех S_s , либо коэффициентов K и B , вследствие условия исправления сферической aberrации и комы.

Условие, определяемое формулой (6), дает нам, например, указание на то, что при всяких перемещениях линз в оптической системе (например при юстировках), при условии сохранения астигматизма, определяемого коэффициентом C , неизменным, коэффициент D , определяющий особую кривизну поля, будет автоматически оставаться постоянным. В отношении хроматизма имеют место следующие формулы:

Первое условие ахроматизации (ахроматизация отрезка или точки на оси). Продольная хроматическая aberrация $\delta p'$ определяется

$$\delta p' = \frac{2L}{n' \alpha'^2} = \frac{\sum_{s=1}^{s=m} h_s U_s}{n' \alpha'^2} \quad (12)$$

Второе условие ахроматизации (ахроматизация точки вне оси), называемое ахроматизацией увеличения. Относительное изменение увеличения $\frac{\delta V}{V}$ определяется

$$\begin{aligned} \frac{\delta V}{V} &= \frac{\delta v_0'}{y_0'} = 2 \left\{ \frac{L}{n_{m+1} \alpha'^2 (p' - t')} + F \right\} = \\ &= \frac{2 \sum_{s=1}^{s=m} h_s U_s}{n_{m+1} \alpha'^2 (p' - t')} + \frac{1}{F} \sum_{s=1}^{s=m} h_s U_s \frac{\beta_{s+1} - \beta_s}{\alpha_{s+1} - \alpha_s} \end{aligned} \quad (13)$$

и в случае, когда система находится в воздухе $n_1 = n_{m+1} = 1 = \text{const}$,

$$\frac{\delta V}{V} = \frac{\sum_{s=1}^{s=m} h_s U_s}{\alpha'^2 (p' - t')} + \frac{H_1}{F h_1} \sum_{s=1}^{s=m} h_s U_s + \frac{1}{2} \sum_{s=2}^{s=m} h_s U_s \quad (14)$$

где

$$U_s = \frac{\alpha_s + 1 - \alpha_s}{\nu_s + 1 - \nu_s} \left\{ \frac{1 - \nu_s + 1}{\mu_s + 1} - \frac{1 - \nu_s}{\mu_s} \right\}. \quad (15)$$

Из формул (14) и (12) нетрудно усмотреть, что для тонкой системы (все $d_s = 0$ и след. все $S_s = 0$ и $h_s = h_1$) оба условия удовлетворяются при

$$\sum_{s=1}^{s=m} U_s = 0 \quad (16)$$

автоматически. Посредством весьма несложных выводов нетрудно показать, что это условие тождественно с формулой (162) § 17 главы V, полученной нами элементарным путем.

2. Апохроматизация. Рассмотрим случай ахроматизации тонкой системы из 2-х линз для каких-либо 3-х линий спектра, например C , F и G' . Этот случай можно рассматривать как случай одновременного удовлетворения 2-м условиям

$$\left. \begin{aligned} \frac{\varphi_1}{\mu_1} + \frac{\varphi_2}{\mu_2} &= 0 \\ \frac{\varphi_1}{\mu_1'} + \frac{\varphi_2}{\mu_2'} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

где μ_1 и μ_2 представляют собой значение чисел Аббе для линий C и F спектра, а величины μ_1' и μ_2' тоже, но уже для линий C и G' . Нетрудно видеть, что первое условие является требованием ахроматизации на C и F , второе же

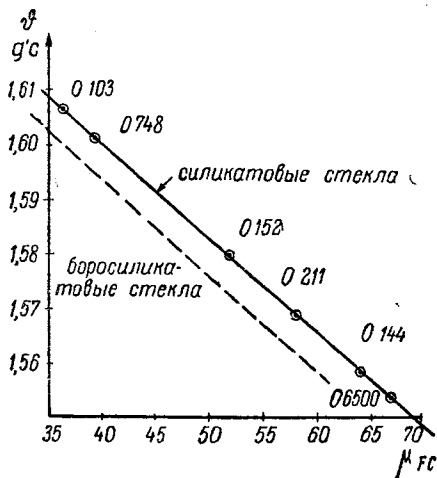
условие — требованием ахроматизации C и G' , что при одновременном соблюдении и первого условия приводит автоматически к ахроматизации на FG' , т. е. к одновременному исправлению на 3 цвета, называемому апохроматизацией. Составим соотношение величин μ и μ' , пользуясь (150) § 17 главы V. Имеем

$$\vartheta_{G'C} = \frac{\mu}{\mu'} = \frac{n_{G_1} - n_C}{n_D - 1} \cdot \frac{n_D - 1}{n_F - n_C} = \frac{n_{C'} - n_C}{n_F - n_G}. \quad (18)$$

Величина ϑ называется частичной относительной дисперсией, и для большей части силикатовых стекол, приведенных нами в таблице, выражается соотношением

$$\vartheta_{G'C} = 1,674 - 0,0018 \mu_{FC} = a + b\mu, \quad (19)$$

выражающим собою уравнение прямой, проходящей через точки (черт. 77), соответствующие приведенным в нижеследующей таблице сортам стекла, на графике, выражающем зависимость $\vartheta_{C'C}$ и μ_{FC}



Черт. 77.

Таблица сортов стекла

№ по кат. Schott'a	n_D	n_C	n_F	μ_{FC}	$n_{G'} - n_F$
0.103	1,6202	1,61531	1,6324	36,2	0,01041
0.748	1,6235	1,61890	1,63490	39,1	0,00965
0.152	1,5368	1,53371	1,54420	51,2	0,00610
0.211	1,5726	1,56967	1,57962	57,5	0,00568
0.144	1,5100	1,50762	1,57559	64,0	0,00446
0.6500	1,4711	1,46899	1,47601	67,1	0,00389

Для боросиликатовых стекол имеет место соотношение

$$\vartheta_{GC} = 1,667 - 0,0018 \mu_{FC} = a' + b\mu, \quad (20)$$

выражающее прямую, параллельную (19) и очень близко к ней расположенную. Пользуясь (18) и (19), условия (17) могут быть преобразованы

$$\frac{\varphi_1}{\mu_1} + \frac{\varphi_2}{\mu_2} = 0 \dots \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \frac{\varphi_1}{\mu_1'} + \frac{\varphi_2}{\mu_2'} &= \frac{\varphi_1 \vartheta_1}{\mu_1} + \frac{\varphi_2 \vartheta_2}{\mu_2} = \frac{a \varphi_1}{\mu_1} + b \varphi_1 + \frac{a \varphi_2}{\mu_2} + b \varphi_2 = \\ &= b(\varphi_1 + \varphi_2) = b\varphi = 0, \end{aligned} \quad (22)$$

что и указывает нам на невозможность апохроматизации тонкой системы, построенной из стекол, лежащих на прямой, не параллельной оси абсцисс, т. е. не удовлетворяющих условию уничтожения вторичного спектра

$$b = 0. \quad (23)$$

В настоящее время уже существуют пары сортов оптического стекла, более или менее полно приближающиеся к условию (23); в качестве примера можно привести следующую пару стекол.

Сорт по Schott'y	A'	C	D	F	G'	h
BK 1	1,50477	1,50762	1,51002	1,51567	1,52017	1,52374
$\mu_{FC} = 63,4 \dots$	ϑ	0,354	0,298	0,702	0,559	0,443
KzF2	1,52281	1,52634	1,52935	1,53656	1,54245	1,54718
$\mu_{FC} = 51,7 \dots$	ϑ	0,345	0,294	0,706	0,576	0,463

В верхних строках указаны коэффициенты для различных линий спектра; нижние строки содержат частичные относительные дисперсии для смежных линий спектра, отнесенные к разности $n_F - n_C$.

Нетрудно определить величину b для этой пары стекол для $\vartheta_{G'C} = \vartheta_{G'F} + \vartheta_{FD} + \vartheta_{DC}$

$$b = \frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{\mu_1 - \mu_2} = \frac{1,559 - 1,576}{63,4 - 51,7} = \frac{-0,017}{11,7} = -0,00145.$$

Следует обратить внимание на то обстоятельство, что необходимость наличия специальных сортов стекла для исправления вторичного спектра имеет место лишь для системы тонких линз; анализ формул (12) и (13) в некоторых случаях показывает нам на возможность апохроматизации и при обыкновенных сортах стекла, но обычно при наличии толстых линз, или в системах, ахроматизирующихся без применения флинтв.

3. Формула Гартмана. Во многих случаях встречается необходимость определения коэффициентов преломления стекол для какой-либо наперед заданной длины волны, базируясь на уже известных коэффициентах для некоторых также известных длин волн; решение этого вопроса удобно производить, пользуясь эмпирической формулой Гартмана. Формула Гартмана имеет вид

$$n - n_0 = \frac{C}{(\lambda - \lambda_0)^\alpha}, \quad (24)$$

λ — заданная длина волны, n — искомый коэффициент. Постоянная α лежит в пределах от 0,8 до 1,3 и в очень многих случаях для стекол с малыми коэффициентами преломления может быть принята равной единице.

Постоянные n_0 , C и λ_0 определяются решением системы уравнений (24) подстановкой в них уже известной системы значений коэффициентов преломления и соответствующих им длин волн. В случае, если $\alpha = 1$ и n_1 , n_2 , n_3 суть некоторые известные нам коэффициенты преломления данного сорта стекла, соответствующие длинам волн λ_1 , λ_2 , λ_3 , значения постоянных n , λ_0 и C могут быть определены по формулам, полученным при решении системы уравнения относительно n_0 , C и λ_0 ,

$$n_1 - n_0 = \frac{C}{\lambda_1 - \lambda_0}; \quad n_2 - n_0 = \frac{C}{\lambda_2 - \lambda_0}; \quad n_3 - n_0 = \frac{C}{\lambda_3 - \lambda_0}. \quad (25)$$

Решение системы уравнений (25) дает нам

$$\lambda_0 = \frac{\lambda_1 A - \lambda_3 B}{A - B}, \quad (26)$$

где

$$A = \frac{n_1 - n_2}{n_2 - n_3} \quad (27)$$

и

$$B = \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_3}, \quad (28)$$

далее

$$C = \frac{n_1 - n_2}{\lambda_2 - \lambda_1} (\lambda_1 - \lambda_0) (\lambda_2 - \lambda_0) \quad (29)$$

и наконец

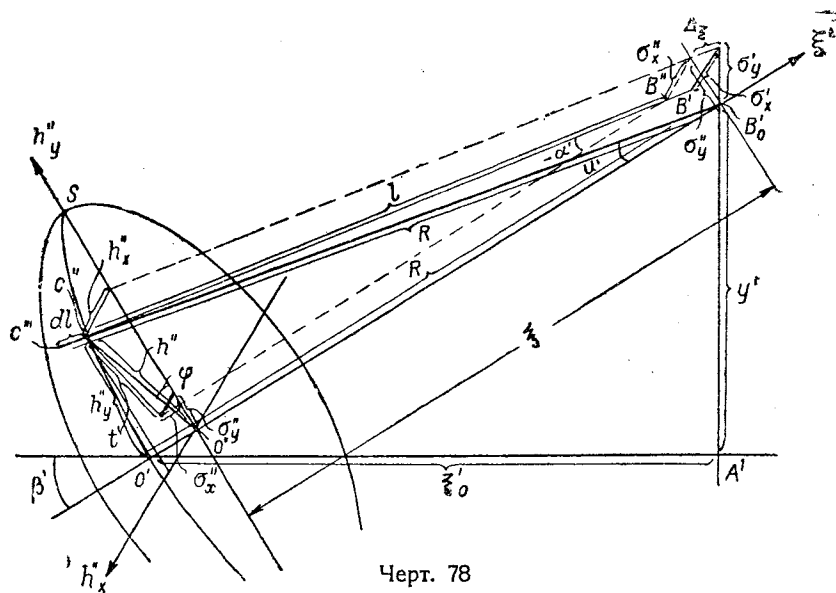
$$n_0 = n_1 - \frac{C}{\lambda_1 - \lambda_0}. \quad (30)$$

Принимая $n_1 = n_F$; $n_2 = n_D$; $n_3 = n_C$ и соответственно $\lambda_1 = \lambda_F =$

$=486,1 \mu\mu$; $\lambda_2 = \lambda_D = 589,3 \mu\mu$ и $\lambda_3 = \lambda_C = 656,3 \mu\mu$, будем иметь $B = 1,5403$; $\lambda_C B = 1010,8989$.

4. Волновые aberrации. В очень многих случаях для более полного суждения о качестве изображения бывает полезным знание волновых aberrаций системы.

Определим волновые aberrации по известным уже поперечным aberrациям рассматриваемого пучка лучей. Обратимся к чертежу (черт. 78). $O'B_0'$ — выходящий из системы главный луч наклонного пучка, образующий угол β' с осью системы относительно точки B_0' ,



Черт. 78

пересечения которого с плоскостью изображения определены поперечные aberrации σ_y' и σ_x' некоторого произвольного луча $C''B'$ того же самого пучка. Дисторсия, представляющая по сути дела лишь смещение изображения создаваемого всем наклонным пучком и не влияющая на резкость самого изображения, таким образом нами исключается. σ_x'' и σ_y'' — поперечные aberrации того же самого произвольного луча $C''B'$, определенные в плоскости, проходящей перпендикулярно к главному лучу $O'B_0'$ через точку B_0' ; точка C'' представляет из себя пересечение произвольного луча $C''B'$ с волновой поверхностью, имеющей вершину в точке O' ; $O'S$ — сфера радиуса $R = O'B_0'$, описанная из точки B_0' как из центра; от этой сферы отсчитывается волновая aberrация $-dl = C''C''$ нашего произвольного луча $C''B'$; h_x'' , h_y'' и ξ — система координат, в плоскости $h_x''O''h_y''$ которой лежит точка C'' ; h_x'' и h_y'' — координаты этой точки; h'' — расстояние точки C'' от начала координат O'' . В наших выводах мы будем полагать, что максимальная апертура u'_{\max} лучей нашего наклонного пучка мала; угол β' , напротив, будем полагать большим. Имея в виду малость угла u' , а также и малость самих величин σ' , мы для величин σ'' будем иметь

$$\sigma_x'' = \sigma_x'; \quad \sigma_y'' = \sigma_y' \cos \beta'. \quad (31)$$

Далее из чертежа следует полагать координаты h_x и h_y точки C'' равным h_x и h_y точки C''

$$t^2 = (h_x'' - \sigma_x'')^2 + (h_y'' - \sigma_y'')^2, \quad (32)$$

$$(R - dl)^2 = \xi^2 + h_x''^2 + h_y''^2 \quad (33)$$

$$h_x'' = h'' \sin \varphi; \quad h_y'' = h'' \cos \varphi. \quad (34)$$

Кроме того, помня, что луч $C''' B''$ есть нормаль к волновой поверхности, можем написать

$$\operatorname{tg} \alpha' = -\frac{1}{\frac{dt}{d\xi}} = -\frac{d\xi}{dt}. \quad (35)$$

С другой стороны

$$\operatorname{tg} \alpha' = \frac{t}{\xi}. \quad (36)$$

Сопоставляя (35) и (36), имеем

$$-\xi d\xi = t dt. \quad (37)$$

Дифференцируя (32), находим, пренебрегая величинами высшего порядка малости,

$$2 t dt = 2(h_x'' - \sigma_x'') dh_x'' + 2(h_y'' - \sigma_y'') dh_y''. \quad (38)$$

Таким образом, удваивая (37) и пользуясь (38) и интегрируя

$$0 = 2 \int \xi d\xi + 2 \int h_x'' dh_x'' + 2 \int h_y'' dh_y'' - 2 \int \sigma_x'' dh_x'' - 2 \int \sigma_y'' dh_y'', \quad (39)$$

откуда, перенося два последних члена в левую часть и пользуясь (33),

$$2 \int \sigma_x'' dh_x'' + 2 \int \sigma_y'' dh_y'' = \xi^2 + h_x''^2 + h_y''^2 = (R - dl)^2. \quad (40)$$

Раскрывая скобки в правой части и пренебрегая dl^2 и разделяя далее на R обе части, получаем

$$2 \int \sigma_x'' \frac{dh_x''}{R} + 2 \int \sigma_y'' \frac{dh_y''}{R} = R - 2 dl. \quad (41)$$

Разделяя h'' на R , имеем

$$\frac{h''}{R} = \sin u' = u' - \frac{u'^3}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \dots \quad (42)$$

Пренебрегая высшими степенями разложения u' , находим

$$\frac{h''}{R} = u \dots \quad (43)$$

Разделяя далее равенства (34) на R и дифференцируя, помня, что φ совершенно не зависит от u' , получаем

$$\frac{dh_x''}{R} = \sin \varphi du'; \quad \frac{dh_y''}{R} = \cos \varphi du'. \quad (44)$$

Объединяя R с постоянной интегрирования в (41), находим, пользуясь (44) и разделяя обе части на 2,

$$dl = - \int \sigma_x'' \sin \varphi du' - \int \sigma_y'' \cos \varphi du'. \quad (45)$$

Для определения волновых aberrаций на плоскости, перпендикулярной оси системы (на плоскости изображения) необходимо к величине σ_y' добавить постоянную величину δ_y' , равную ординате некоторой произвольной точки, для которой определяются волновые aberrации, относительно точки B_0' .

Таким образом полная волновая aberrация ϵ определяется, помня (31) и что $\beta = \text{const}$,

$$\epsilon = - \int \sigma_x' \sin \varphi du' - \int (\sigma_y' - \delta_y') \cos \beta \cos \varphi du' \quad (46)$$

или, заменяя

$$\sin \varphi du' = du_{x'} \quad \text{и} \quad \cos \varphi du' = du_{y'}, \quad (47)$$

$$\epsilon = \delta_y' u_{y'} - \int \sigma_x' du_{x'} - \cos \beta \int \sigma_y' du_{y'}. \quad (48)$$

В случае, если

$$\beta = 0, \quad (49)$$

имеет место

$$\epsilon_0 = \delta_y' u_{y'} - \int \sigma_x' du_{x'} - \int \sigma_y' du_{y'}. \quad (50)$$

Во многих случаях удобно приводить волновую aberrацию, измеренную в длинах волн. Волновая aberrация в длинах волн ϵ_λ определяется

$$\epsilon_\lambda = \frac{\epsilon}{\lambda}, \quad (51)$$

где λ — длина волны, выраженная в единицах, измеряющих ϵ .

В случае, если волновые aberrации по всему отверстию пучка, не превосходят одной волны, имеет место хорошее качество изображения.

При практическом определении волновых aberrаций важно всегда помнить, что определение волновых aberrаций может с успехом быть выполнено графически, посредством определения площадей, ограничиваемых кривыми поперечных aberrаций по тому или иному направлению и осью.

5. Aberrации, вносимые плоскопараллельной пластинкой. Астигматизм, вносимый плоскопараллельной пластинкой (черт. 79).

Ранее (глава VI § 19) нами уже указывалось, что плоскопараллельную пластинку можно рассматривать как телескопическую систему со всеми увеличениями, равными единице. Поэтому переме-

щение изображения, создаваемое плоскопараллельной пластинкой вдоль луча, остается неизменным при поступательном переносе плоскопараллельной пластинки. Это дает нам возможность задаваться любым положением точки на луче, при определении ее перемещения. Поэтому для упрощения наших выводов мы предположим положение точки A , являющейся предметом, совпадающим с первой поверхностью нашей пластинки. Из чертежа имеем смещение Δ_t

$$\Delta_t = d + \tau_2' \cos \beta_1. \quad (52)$$

Определим τ_2

$$\tau_2 = -\frac{d}{\cos \beta_2}. \quad (53)$$

Имеем закон преломления

$$\sin \beta_1 = n \sin \beta_1'. \quad (54)$$

Вспользуемся меридиональной инвариантой [дополнения к главам I, II, III и IV, формула (13)], имея в виду, что роль ω играет $\beta_2 = \beta_1'$; роль ω' — $\beta_2' = \beta_1$; роль $nn_2 = n$ и $nn_3 = 1$, а также что $r = \infty$, находим

$$\frac{n \cos^2 \beta_2}{\tau_2} = \frac{\cos^2 \beta_1}{\tau_2'}, \quad (55)$$

откуда

$$\tau_2' \cos \beta_1 = \frac{\cos^3 \beta_1}{n \cos^2 \beta_2} \tau_2 = -\frac{\cos^3 \beta_1}{\cos^2 \beta_2} \cdot \frac{d}{n} \quad (56)$$

$$\text{и} \quad \Delta_t = d + \tau_2' \cos \beta_1 = d \left(1 - \frac{1}{n} \cdot \frac{\cos^3 \beta_1}{\cos^2 \beta_2} \right), \quad (57)$$

смещение нулевого луча Δ_0 (глава VI § 19)

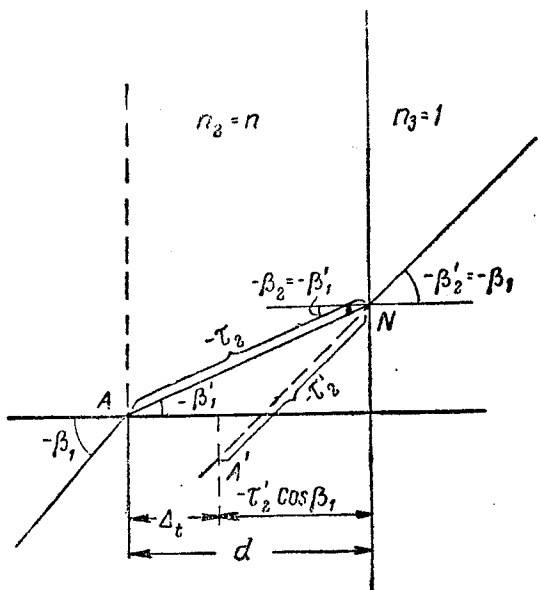
$$\Delta_0 = d \left(1 - \frac{1}{n} \right) \quad (58)$$

и дополнительное искривление меридиональной поверхности изображения Δx_t

$$\Delta x_t = \Delta_t - \Delta_0 = \left(1 - \frac{\cos^3 \beta_1}{\cos^2 \beta_2} \right) \frac{d}{n}, \quad (59)$$

имея конечно в виду (54).

Переходя к сагиттальному лучу, все наши общие рассуждения, а также и формулы (52) и (53), остаются справедливыми при замене τ на σ и Δ_t на Δ_s ; таким образом



Черт. 79

$$\Delta_s = d + \sigma_2' \cos \beta, \quad (60)$$

$$\sigma_2 = -\frac{d}{\cos \beta_2}. \quad (61)$$

Сагиттальная инварианта дает нам

$$\frac{n}{\sigma_2} = \frac{1}{\sigma_2'}, \quad (62)$$

откуда

$$\Delta_s = d + \frac{\cos \beta_1}{n} \sigma_2 = d \left(1 - \frac{\cos \beta_1}{n \cos \beta_2} \right). \quad (63)$$

Аналогично (59) находим Δx_s

$$\Delta x_s = \Delta_s - \Delta_0 = \left(1 - \frac{\cos \beta_1}{\cos \beta_2} \right) \frac{d}{n}. \quad (64)$$

Хроматизм плоскопараллельной пластинки. Сказанное ранее о произвольности положения предметной точки целиком может быть отнесено и к случаю анализа хроматизма увеличения, поэтому мы и здесь поместим нашу предметную точку на первой поверхности пластинки (черт. 80).

Из треугольника $B'B_1B_2$ имеем

$$\begin{aligned} B_1 B_2 &= A_1' A_2' = -\delta y' = \\ &= \frac{B' B_2}{\cos \beta_2}, \end{aligned} \quad (65)$$

далее из треугольника $AB'B_2$

$$B' B_2 = -AB_2 d \beta_1', \quad (66)$$

а из треугольника AB_2C

$$AB_2 = \frac{d}{\cos \beta_1'}. \quad (67)$$

Дифференцируя (54) логарифмически по n , находим

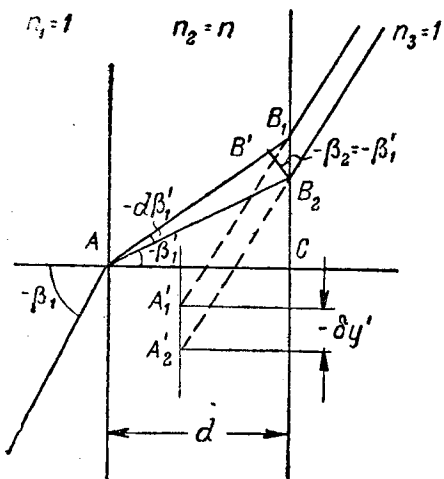
$$\frac{dn}{n} = \frac{d \beta_1'}{\operatorname{tg} \beta_1'} \quad (68)$$

и, сопоставляя (65), (66), (67) и (68),

$$\delta y' = \frac{AB_2 d \beta_1'}{\cos \beta_2} = \frac{d}{\cos^2 \beta_1'} \cdot \frac{dn}{n} \operatorname{tg} \beta_1' = \frac{d}{\mu} \left(1 - \frac{1}{n} \right) \frac{\operatorname{tg} \beta_1'}{\cos^2 \beta_1'}. \quad (69)$$

Для первого условия хроматизма вдоль оси получаем, дифференцируя (58) по n ,

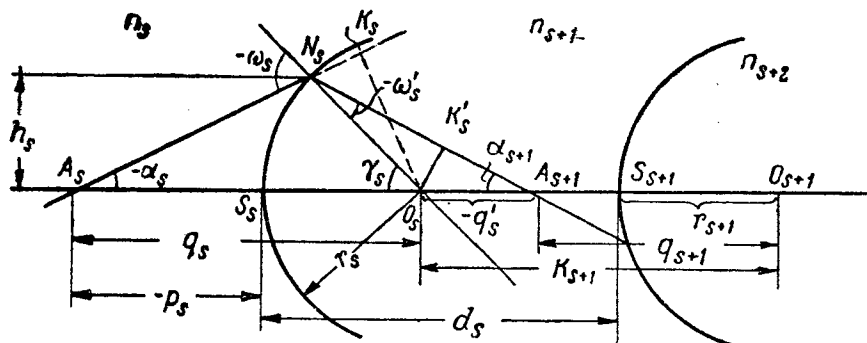
$$\delta \Delta_0 = \delta p_0' = \frac{dn}{n^2} d = \frac{d}{n \mu}. \quad (70)$$



Черт. 80

Для остальных aberrаций (сферической aberrации и дисторсии) нами уже были получены соответствующие выражения в § 19 главы VI.

6. Просчет действительного луча (черт. 81). На чертеже имеем: A_s — точка пересечения с осью луча $A_s N_s$, падающего на поверхность $S_s N_s$, описанную радиусом r_s из центра O_s , и образующего при этом угол α_s ; ω_s и ω'_s — углы падения и преломления луча $A_s N_s A_{s+1}$ с нормалью $O_s N_s$, проходящей через точку N_s , преломления луча; γ_s — угол, образуемый нормалью $O_s N_s$ и осью; α_{s+1} — угол пересечения преломленного луча $N_s A_{s+1}$ с осью, образованной им в точке A_{s+1} пересечения; q_s и q'_s — соответствующие



Черт. 81

щие отрезки от точек пересечения падающего и преломленного луча с осью до центра O_s преломляющей поверхности; $O_s K_s$ и $O_s K'_s$ — перпендикуляры, опущенные на падающий и преломленный лучи $A_s N_s$ и $N_s A_{s+1}$; d_s — расстояние между вершинами поверхностей S и $S+1$; K_{s+1} — расстояние между центрами этих поверхностей; n_s , n_{s+1} и n_{s+2} — суть коэффициенты преломления. Из Δ -ков $A_s K_s O_s$ и $N_s K_s O_s$ находим

$$O_s K_s = -q_s \sin \alpha_s = -r_s \sin \omega_s \quad (71)$$

и аналогично из Δ -ков $A_{s+1} K'_s O_s$ и $N_s K'_s O_s$

$$O_s K'_s = -q'_s \sin \alpha_{s+1} = -r_s \sin \omega'_s. \quad (72)$$

Далее, из треугольников $A_s N_s O_s$ и $A_{s+1} N_s O_s$

$$\gamma_s = \alpha_s - \omega_s = \alpha_{s+1} - \omega'_s. \quad (73)$$

Таким образом, зная α_s и q_s перед „ S “ поверхностью и помня закон преломления Снеллиуса-Декарта

$$n_s \sin \omega_s = n_{s+1} \sin \omega'_s, \quad (74)$$

получаем следующий порядок вычислений

$$n_{s+1} \sin \omega'_s = n_s \sin \omega_s = \frac{n_s q_s \sin \alpha_s}{r_s}. \quad (75)$$

Определяя из (75) ω_s и ω_s' , на основании (73) вычисляем α_{s+1}

$$\alpha_{s+1} = \alpha_s - \omega_s + \omega_s' \quad (76)$$

и затем, пользуясь (72), находим q_s'

$$q_s' = \frac{r_s \sin \omega_s'}{\sin \alpha_{s+1}} \quad (77)$$

Определение q_{s+1} для последующей поверхности легко получить из чертежа; имеем

$$q_{s+1} - q_s' = K_{s+1} = r_{s+1} - r_s + d_s, \quad (78)$$

откуда

$$q_{s+1} = K_{s+1} + q_s' \quad (79)$$

Для крайнего луча, входящего на высоте h_s параллельно оси, т. е. при $\alpha_s = 0$, получаем, на основании (73)

$$-\sin \omega_s = \sin \gamma_s = \frac{h_s}{r_s} \quad (80)$$

Вершинные отрезки p_s и p_s' находятся на основании

$$-p_s = q_s - r_s; \quad -p_s' = q_s' - r_s \quad (81) \quad (82)$$

и фокусное расстояние для крайнего луча, имея в виду условие синусов,

$$f_s' = \frac{h_1}{\sin \alpha_{s+1}} \quad (83)$$

Схема крайнего луча

1-я	Поверхности	Заключение
	S^a	
	K_s	r_m
	q_{s+1}	$-q_s'$
	q_s	$\frac{P_m'}{P_0'}$
	$\lg q_s$	$\Delta P'$
$\lg h_1 -$	$\lg \sin \alpha_s$	
$c \lg r_1$	$c \lg r_s$	
$\frac{\lg \sin \omega_1}{\lg (h_1 : h_2)}$	$\frac{\lg \sin \omega_s}{\lg (h_s : h_{s+1})}$	
$\frac{\lg \sin \omega_1'}{c \lg r_1}$	$\frac{\lg \sin \omega_s'}{\lg r_s}$	$\lg h_1$
$c \lg \sin \alpha_2$	$c \lg \sin \alpha_{s+1}$	$c \lg \sin \alpha_{m+1}$
$\frac{\lg q_1'}{c}$	$\lg q_s'$	$\lg F'_m$
$-\omega_1$	$-\omega_s$	F_m'
ω_1'	ω_s'	$-F_0$
α_2	$-\omega_s + \omega_s'$	ΔF
	α_s	
	α_{s+1}	

Численный пример

$r_1 = 340.5000$	$d_1 = 30.$	$h_1 = 1$
$r_2 = -307.0879$	$d_2 = 0.$	$h_2 = 1.5163$
$r_3 = -308.3922$	$d_3 = 10.$	$h_3 = 1$ $h_1 = 100$
$r_4 = -5175.2300$		$h_4 = 1.6129$
		$h_5 = 1.$

Крайний луч.

	$h_1 = 100$		
— 617.5879	— 1.3043	— 4856.8378	— 5175.2300
— 640.4170	— 555.0640	— 1603.0810	5897.4400
— 1258.0049	— 556.3683	— 2459.9188	722.21
			— 721.83
			0,38 ΔP
2. —	3.099682 —	2.745363 —	3.810227 —
7.467873	9.012752	9.548876	2.881676
9.467883 —	7.512737 —	7.510897 —	6.286070 —
9.819215	9.625171	9.805136	8.977973
9.287098 —	0.180785	9.792393	0.207607
2.532117	9.805956	9.597529	9.185580
0.987248	2.487263 —	2.489103 —	3.713930 —
2.806463 —	0.451124	1.18324	0.871154
	2.744343 —	3.204956 —	3.770664 —
18.97639	— 27.72469	— 44.08600	— 6.06051
— 12.40885	44.18590	25.90988	9.79889
6.56754	16.46121	— 18.17612	3.73838
	6.56754	23.02875	4.85263
	23.02875	4.85263	8.59101
			743 2830
			— 750
			— 6,717 ΔP

ГЛАВА VII

НОРМАЛЬНЫЕ АЭРОФОТООБЪЕКТИВЫ

§ 23. Основные требования, предъявляемые к аэрофотообъективам

Основным отличием аэрофотосъемки от других способов получения картогеодезических материалов является, как известно, составление плана (карты) по фотографическим снимкам местности; это отличительное свойство аэрофотосъемки дает возможность во многих случаях устанавливать, кроме чисто геодезических моментов снимаемого объекта, также и качественные моменты, например устанавливать характерные особенности лесных пространств и т. п. Такого рода определение качественных показателей по аэроснимкам называется дешифрированием; во многих случаях применения аэрофотосъемки в народном хозяйстве дешифрирование даже является основной задачей аэрофотосъемки. Таким образом, нетрудно видеть, что аэросъемка преследует, помимо задач чисто геодезиче-

ского характера, также и задачи дешифрирования; в силу этого аэрофотосъемочная аппаратура должна по возможности обеспечивать как точности, необходимые для составления плана (карты), так и достаточное для целей дешифрирования количество деталей на аэроснимках.

Поставленные нами задачи накладывают в свою очередь на аэрофотосъемочную оптику требования обеспечения как точности (неискаженности) изображения, так и резкости, которая необходима помимо целей дешифрирования также и для получения точности изображения.

Помимо этих требований (общих как для аэрофотосъемки, так и для наземной фотосъемки) к аэрофотосъемочной оптике предъявляется еще условие выполнения процесса съемки с летательного аппарата (самолета, дирижабля и т. п.), обычно движущегося с большой скоростью; следствием этого условия является необходимость съемки при очень коротких экспозициях, требующих достаточно высокой светосилы объектива.

Третьим специфическим требованием, предъявляемым к аэрофотообъективам, является требование учета атмосферных условий (например дымки). Решение этой задачи приводит нас к необходимости съемки в лучах определенной части спектра.

Четвертым требованием, предъявляемым к аэрофотосъемочной оптике, является обеспечение производительности аэрофотосъемки, определяемое в известной мере полем зрения объектива. Кроме вышеперечисленных требований к аэрофотообъективам предъявляют еще требования конструктивного характера, например, в отношении габаритных размеров, в отношении возможности употребления междулинзового центрального затвора, веса и т. п.

Создание аэрофотосъемочной оптики, удовлетворяющей одновременно всем предъявляемым к ней требованиям, практически не представляется возможным; в силу этого происходит дифференциация аэрофотосъемочной оптики в зависимости от ее назначения.

Таким образом всю аэрофотосъемочную оптику можно разделить на три категории:

I. Оптика, предназначенная для аэросъемки, преследующей главным образом задачи дешифрирования, так называемая длиннофокусная оптика.

II. Оптика, преследующая главным образом задачи повышения производительности аэрофотосъемки, так называемая широкоугольная оптика.

III. Оптика универсальная, удовлетворяющая в более или менее равной степени всем требованиям, предъявляемым к аэрофотосъемочной оптике, называемая обычно нормальной аэросъемочной оптикой, имеющая наиболее широкое распространение.

Следует особо отметить, что последняя категория аэросъемочной оптики, получившая ранее других свое развитие, в значительной мере удовлетворялась (до самого последнего времени) фотообъективами, не предназначенными специально для целей аэрофотосъемки.

Приступая к изучению аэрофотосъемочной оптики, наиболее уместно начать изучение именно с этой последней категории,

имея в виду, во-первых, широкое распространение ее и, во-вторых, удобство сравнения с этой категорией оптики как длиннофокусной, так и широкоугольной.

§ 24. Факторы, влияющие на качество аэроснимка

Прежде чем приступить к непосредственному разбору свойств тех или иных аэрофотообъективов, необходимо установить роль и влияние других факторов, помимо самой оптики влияющих на качество аэроснимка.

Разделим эти факторы на две группы:

I. Факторы, влияющие на резкость аэроснимка.

II. Факторы, создающие искажения аэроснимка.

Рассмотрим первую группу факторов, влияющих на резкость изображения:

1) Сдвиг изображения в момент экспозиции (чертеж 82) из-за скорости.

Предположим, что в момент экспозиции объектив съемочной камеры находится в O ; изображение некоторой точки A местности на пластинке находилось в точке A_1 . Нетрудно видеть, что, в случае перемещения объектива за время τ экспозиции на величину σ в некоторое положение O_1 , изображение точки A перейдет из A_1 в A_2 , сместившись на величину σ' , причем на эмульсии запечатлеется вместо точки некоторый отрезок, равный по длине смещению σ' изображения во время экспозиции. Полагая скорость самолета равной v , определяем σ ; полагая время экспозиции равным τ , имеем

$$\sigma = v\tau, \quad (213)$$

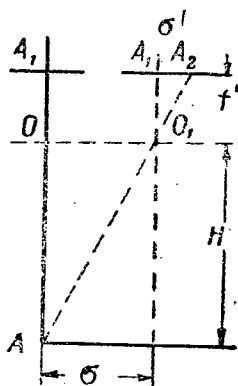
так называемый сдвиг на местности. Полагая высоту полета равной H и фокусную длину объектива равной f' , легко находим σ'

$$\sigma' = \frac{f'}{H}\sigma = M\sigma = Mv\tau, \quad (214)$$

где $M = \frac{f'}{H}$ масштаб съемки. Определим численно величину σ' , полагая $v = 180 \text{ км/час}$, $\tau = \frac{1}{100} \text{ сек}$ и $M = \frac{1}{25000}$ (средний масштаб съемки). Имеем

$$\sigma' = \frac{180 \cdot 10^6}{3600 \cdot 25000} \cdot \frac{1}{100} = 0,02 \text{ мм.}$$

Нетрудно видеть, что при увеличении экспозиции или укрупнении масштаба величина сдвига легко может оказаться уже ощутимых размеров, что имеет весьма серьезное значение для крупномасштабной съемки.



Черт. 82

2) Глубина. Рассмотренный нами в § 12 главы IV пример не дает нам исчерпывающего представления о влиянии глубины объектива на качество аэроснимка, так как нами определялась высота полета, при которой влияние глубины на размытие изображения было обусловленным величиною δ' ; в то время как нас интересует размытие δ' как функция высоты полета.

В случае наводки на начало бесконечности расстояние до переднего плана (в данном случае высота полета H) будет равно, на основании (121) и (122) § 12,

$$H = a_0 - t_v = \frac{a_0}{2} = \frac{Df'}{2\delta'}, \quad (215)$$

откуда δ' может быть выражено через Df' и H

$$\delta' = \frac{Df'}{2H} = \frac{D}{2} M. \quad (216)$$

Сделаем численный подсчет, полагая попрежнему масштаб $M = \frac{1}{25000}$ и $D = 46,7$ мм ($f' = 210$ мм относ. от. $\frac{D}{f'} = \frac{1}{4,5}$).

Находим

$$\delta' = \frac{46,7}{2 \cdot 25000} \approx 0,001 \text{ мм.}$$

В случае же съемки длиннофокусным объективом при $M = \frac{1}{1000}$ и $D = 100$ мм ($f' = 500$; $\frac{D}{f'} = \frac{1}{5}$) размытие из-за глубины будет

$$\delta' = \frac{100}{2 \cdot 1000} = 0,005,$$

т. е. величина размытия уже делается ощутимой.

3) Разрешающая способность эмульсии. Фотографическая эмульсия, воспринимающая изображение, даваемое объективом, также в известной степени влияет на резкость изображения вследствие зернистости своего строения; размеры зерна достигают величин порядка 0,01 мм, разрешающая способность — около 50-ти штрихов на миллиметр, несколько понижаясь для более высокочувствительных эмульсий, обычно более крупно-зернистых.

4) Выравнивание пленки. Поверхность наружного слоя светочувствительной эмульсии, вообще говоря, не является плоской, в силу того, что сама пленка не является неподверженной деформациям в отношении изгиба, провеса и т. п. (не является жесткой).

Для устранения явлений деформации пленки в момент экспозиции прибегают к различным методам искусственного выравнивания поверхности пленки, например посредством присоса пленки к фокальной поверхности и т. п.

Однако и при применении какого-либо способа искусственного выравнивания пленки возможны отступления от точного выравнивания.

Проследим влияние этих отступлений на качество изображения (черт. 83). Из чертежа нетрудно видеть, что отступление поверхности эмульсии от плоскости на некоторую величину Δ вызовет

появление некоторого кружка рассеяния σ , диаметр которого будет зависеть от величины угла, выходящего из объектива потока (апертуры) u' . Величина диаметра кружка рассеяния σ определяется совершенно аналогично величинам поперечных aberrаций; таким образом находим

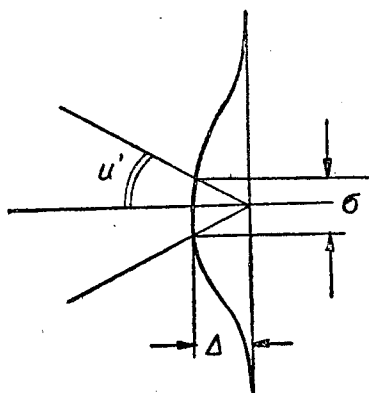
$$\sigma = \Delta 2 \operatorname{tg} u' = \Delta \frac{D}{f'} . \quad (217)$$

Определим порядок величин σ , полагая величину Δ равной 0,1 мм и относительное отверстие $\frac{D}{f'} = 1:4,5$.

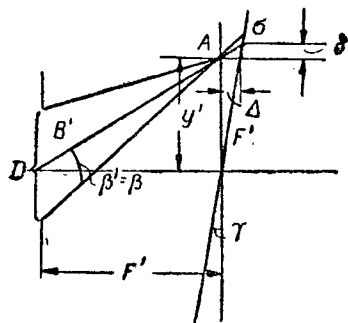
Имеем

$$\sigma = \frac{0,1}{4,5} \cong 0,02 \text{ мм.}$$

5) Установка объектива в камере (ошибка фокальной плоскости). Ошибки установки объектива в аэрокамере распадаются на: а) Ошибка фокусировки объектива, происходящая вследствие неточной установки в отношении выдерживания расстояния от



Черт. 83



Черт. 84

объектива до фокальной плоскости. Влияние ошибки фокусировки на качество изображений совершенно аналогично влиянию неполного выравнивания поверхности пленки с тою лишь разницей, что ошибка фокусировки сказывается на резкости всех точек изображения, в то время как ошибки выравнивания пленки имеют влияние лишь на отдельные участки изображения. б) Ошибка центрировки объектива — перекося фокальной плоскости относительно оси объектива (черт. 84).

Из чертежа легко находим, пренебрегая величинами высшего порядка малости

$$\Delta = y' \gamma , \quad (218)$$

так как

$$y' = f' \operatorname{tg} \beta \quad (219)$$

(218) преобразуется

$$\Delta = f' \gamma \operatorname{tg} \beta , \quad (220)$$

далее находим σ

$$\sigma = \Delta \frac{D}{f'} = D \gamma \operatorname{tg} \beta , \quad (221)$$

т. е. величина кружка рассеяния равна относительно отверстию объектива, умноженному на угол перекоса и на расстояние исследуемой точки от центра снимка (главной точки снимка). Задаваясь $\sigma = 0,02$; $\frac{D}{f'} = \frac{1}{4,5}$ и $y' = 90$ мм, находим γ

$$\sigma = \frac{D}{f'} y' \gamma, \quad (222)$$

и γ в минутах

$$\gamma = \frac{\sigma}{y'} \frac{f'}{D} = \frac{0,02}{90} 4,5 = 0,001$$

$$\gamma' = 3,438' \cong 3'30'',$$

т. е. ошибка угловой центрировки объектива порядка $3' - 4'$ на самых краях аэроснимка еще не скажется практически на резкости снимка. Несколько иначе обстоит дело с искажениями δ снимка вследствие перекоса фокальной плоскости.

Из чертежа находим, пренебрегая величинами высшего порядка малости,

$$\delta = \Delta \operatorname{tg} \beta' = \Delta \operatorname{tg} \beta \quad (223)$$

в случае, если $\beta' = \beta$ (что обычно имеет место для объективов более или менее симметричного типа).

Выражение (223) может быть преобразовано, имея в виду (218) и (219)

$$\delta = \gamma f' \operatorname{tg}^2 \beta = \frac{y'^2}{f'} \gamma. \quad (224)$$

Полагая в рассмотренном нами случае $f' = 200$ мм, находим

$$\delta = \frac{90 \cdot 90}{200} \cdot 0,001 \sim 0,04 \text{ мм},$$

причем на углах пластинки ($y' \sim 120$ мм) эта величина еще несколько возрастет. Следует отметить, что ошибки искажений, вследствие перекоса фокальной плоскости, совершенно аналогичны (как мы это увидим далее) ошибкам вследствие отклонения оси камеры от вертикали и могут быть исправлены в процессе трансформации, но для целей высотной съемки эти искажения могут внести ошибки ориентирования стерео-пары аэроснимков, имеющие существенные практические значения.

Переходя к второй группе факторов, влияющих на качество аэроснимка в отношении искажений, следует отметить следующие факторы:

6) Искажения изображения в силу разновременности экспонирования отдельных элементов изображения вследствие работы затвора (главным образом шторного). Этих искажений не делают так называемые центральные затворы.

7) Деформация пленки. Влияние факторов атмосферной оптики (дымка, рефракция и т. п.) мы рассматривать здесь не

будем, так как рассмотрение этих факторов более уместно в вопросах атмосферной оптики.

Перейдем теперь к рассмотрению качества изображения, даваемого объективом. Фактором, влияющим на искажение изображения, является дисторсия, анализ которой был уже ранее проделан нами более или менее подробно. Фактором же, влияющим на резкость изображения, является разрешающая сила объектива, представляющая из себя результирующее действие всех (кроме дисторсии) aberrаций объектива в совокупности.

Определение фактической разрешающей способности теоретическим путем до настоящего времени практически не может быть выполнено; суждение о фактической разрешающей способности на основании характеристических кривых aberrаций получает весьма приближенное представление и то лишь при сравнении тех или иных характеристических кривых того или иного объектива друг с другом, имея в виду кроме того результаты лабораторных исследований ряда известных объективов на фактическую разрешающую способность.

Для иллюстрации порядка величин разрешающей способности аэрофотообъективов приведем таблицу результатов лабораторного исследования объектива аэрокамеры фирмы Zeiss RMKC/3 в опто-технической лаборатории Государственного оптического института в январе 1930 г., произведенного по заданию Ленинградского отделения по аэрофотосъемке Государственного научно-исследовательского института геодезии и картографии (научно-исследовательский институт по аэрофотосъемке).

Объектив камеры фирмы C. Zeiss, типа Mess-Flieger за № 723445 имеет следующие данные: $f = 210$; $\frac{D}{f} = \frac{1}{45}$; покрываемый формат снимка 180×180 мм. Исследование разрешающей способности производилось в меридиональном и сагиттальном направлениях, путем фотографирования штриховой таблицы (миры) испытываемым объективом на пластинку с мелкозернистой эмульсией (сухой коллодион). Снимки делались для различных участков поля, соответствующих углу поля зрения $\beta = 0^\circ; 5^\circ; 10^\circ; 15^\circ$ и 20° и затем рассматривались под микроскопом, причем отыскивались группы штрихов с наименьшим расстоянием между ними.

Далее в разборе типов аэрофотообъективов будут приведены графики aberrаций этого объектива, заимствованные нами из вышеупомянутого исследования.

Из таблицы разрешающей способности нетрудно видеть, что расстояние между разрешаемыми штрихами имеет порядок 0,01—0,02 мм, т. е. разрешающая способность объектива представляет из себя величину такого же порядка, как разрешающая способность эмульсии, ошибки сдвига и т. п.

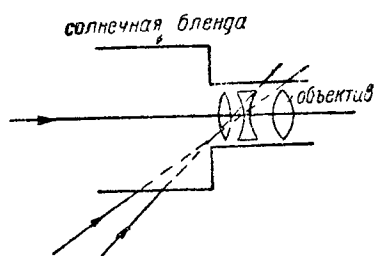
Нетрудно видеть, что качество аэроснимка, являющееся результирующей всех вышеперечисленных факторов, определяется как суммарное размытие изображения под действием этих факторов.

Несколько иное влияние, чем все выше рассмотренные нами факторы на качество изображения, имеет явление неравномерности распределения освещенности на изображении (падение освещен-

Таблица разрешающей способности аэрофотообъектива Mess-Flieger фирмы С. Zeiss № 723455, по данным исследования объектива в Оптотехнической лаборатории Государственного оптического института

Направление	Угловое расстояние разрешаемых штрихов		Число разрешаемых линий на миллим.		Примечания
	сагиттальн.	меридион.	сагиттальн.	меридион.	
0°	8"	8"	122	122	Изображение подернуто дымкою, фоном
5°	8"	8"	122	122	
10°	11"	11"	90	90	
15°	15"	15"	67	67	
20°	15"	15"	67	67	
25° } 30° }	Исследований не производилось.				

ности к краям аэроснимка) вследствие закона Ламберта (рассмотренного нами в § 11), а также и явления виньетирования, что играет весьма существенную роль в оптике широкоугольной. В объективах не широкоугольных явление падения освещенности имеет менее существенное значение; практически падение освещенности более или менее одинаково для всех типов нормальных аэрофотообъективов и не достигает величин, заметно ухудшающих качество снимка. В силу этого разбор вопроса о распределении освещенности мы проделаем в следующей главе (глава VIII — широкоугольная аэросъемочная оптика).



Черт. 85

Выше мы видели (§ 11), что известная часть светового потока, проходящего через оптическую систему, претерпевает отражение от поверхностей линз; в известных случаях (при 2-кратном отражении) эта отраженная часть светового потока может создать так называемые вторичные изображения, которые, в случае, если они располагаются поблизости от главного изображения, могут одновременно с ним зафиксироваться на снимке.

Это явление обычно возникает в тех случаях, когда в системе две какие-либо близко расположенные линзы имеют радиусы кривизны, мало отличающиеся друг от друга. Кроме того, если оправа объектива не зачернена изнутри, посторонний свет, попадающий в объектив, вследствие отражения от стенок оправы и от поверхностей линз, точно так же может попасть на главное изображение; такого рода явление носит название бликов или рефлексов.

Иногда (при ярком освещении) блики возникают даже и при хорошо вычерненной оправе; для устранения этих бликов стремятся по возможности ограничить попадание постороннего света в объектив, помещая перед объективом цилиндрический кольцеобразный кожух, называемый солнечной блендой (черт. 85).

К числу факторов, влияющих на качество изображения, даваемого объективом, в обыденной жизни нередко причисляют наличие

пузырьков воздуха в стекле, из которого изготовлены линзы объектива. Следует отметить, что наличие мелких пузырьков совершенно не сказывается на изображении, так как и самые пузырьки, и изображения, создаваемые ими, располагаются далеко от главного изображения, даваемого объективом, в силу чего наличие пузырьков лишь незначительно увеличивает потери света при прохождении его через объектив.

§ 25. Главнейшие типы нормальных аэрофотообъективов

Как это уже было указано ранее в § 23, в качестве нормальных аэрофотообъективов в большинстве случаев применяются типы фотообъективов - анастигматов, не предназначенных специально для целей аэрофотосъемки, но удовлетворяющих в большей или меньшей степени требованиям, ею предъявляемым как в отношении светосилы, так и в отношении качества изображения.

Этим требованиям удовлетворяют в основном три категории так называемых универсальных объективов-анастигматов.

1. Двойные анастигматы:

а) Склеенные двойные анастигматы (Дагор, Геодар, Аэротар и т. п.).

б) Несклеенные двойные анастигматы (Догмар, Целор).

2. Тройные анастигматы (Тессар, Триплет, Олор и т. п.).

3. Двойные анастигматы типа Плазмат (Месс-Флигер объектив, Плазмат, Ортаметар и т. д.).

1. **Двойные анастигматы.** Приступим к рассмотрению типов объективов, принадлежащих к первой категории (двойные анастигматы).

а) Склеенные двойные анастигматы.

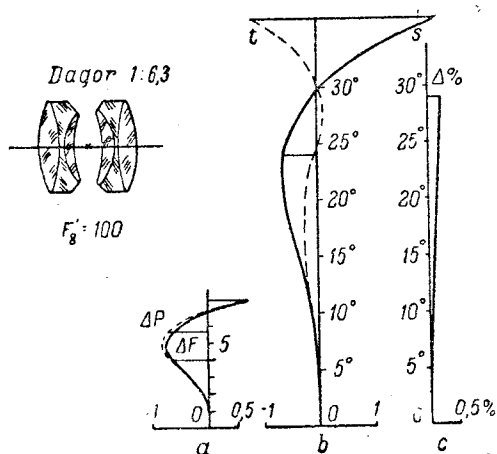
Основными достоинствами склеенных двойных анастигматов следует считать: 1) большое поле зрения, достигающее до 70—80°; 2) высокое исправление качества изображения как в отношении резкости, так и в отношении исправления дисторсии; 3) малые потери света на отражение от поверхностей линз, так как число поверхностей линз, соприкасающихся с воздухом, мало (склеенные двойные анастигматы имеют число поверхностей линз, соприкасающихся с воздухом, равным четырем); 4) отсутствие вторичных изображений.

К числу недостатков этой категории объективов следует отнести: 1) Малое относительное отверстие, обычно порядка 1:7,7—1:6,8, вследствие большой кривизны радиусов склейки линз объективов, не допускающей хорошего исправления сферической аберрации на оси при большем относительном отверстии, за счет чего с другой стороны достигается высокое исправление поля зрения. 2) Сложность объективов этого типа (число линз объектива 6 и иногда, например в двойном Протаре, 8).

В настоящее время склеенные двойные анастигматы почти не употребляются в качестве нормальных аэрофотообъективов; областью их применения являются многообъективные аэрокамеры и камеры для наземной фотограммсъемки. Фокусные длины этих объективов варьируют в пределах от 135—250 мм.

При больших фокусных расстояниях относительные отверстия обычно уменьшают. Общий вид объектива такого типа представлен на черт. 86.

б) Несклеенные двойны анастигматы, состоящие из 4-х отдельно стоящих линз в воздухе. Главнейшими достоинствами несклеенных двойных анастигматов являются следующие: 1) Большое относительное отверстие порядка 1:5—1:4,5. 2) Хорошее исправление сферической аберрации на оси и хорошее исправление дисторсии, несколько уступающее обычно исправлению дисторсии в склеенных анастигматах.



Черт. 86. Dagor 1:6,3

$r_1 = 12,2$	$d_1 = 1,8$	$n_2 = 1,6169$
$r_2 = -22,1$	$d_2 = 0,6$	$n_3 = 1,5477$
$r_3 = 5,0$	$d_3 = 1,5$	$n_4 = 1,5102$
$r_4 = 23;$	$\frac{1}{2}d_4 = 1,5$	

Вторая половина симметрична Е. Р. (3972) 1908.
 а — сферическая аберрация и закон синусов
 б — астигматизм с — дисторсия

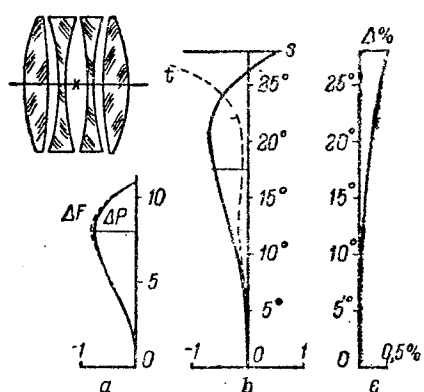
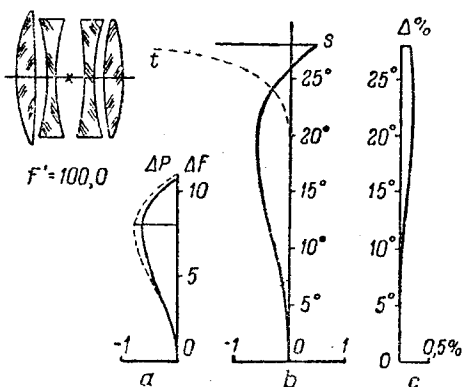
Недостатками объективов такой конструкции являются: 1) Ухудшение качества изображения по полю зрения вследствие ухудшения исправления астигматизма, в силу чего поле зрения объективов несклеенных анастигматов обычно не превышает 55°. 2) Большие потери на отражение, вследствие увеличения числа поверхностей линз, соприкасающихся с воздухом, до восьми (вдвое по сравнению со склеенными анастигматами). 3) Возможность появления вторичных изображений. Четырехлинзовые несклеенные анастигматы

имеют более широкое распространение в аэросъемке, чем склеенные; но в общем и их распространение не велико. Фокусные длины несклеенных анастигматов варьируют в пределах от 135—150 мм до 250—300 мм. Конструкция объективов такого типа представлена на черт. 87 (объектив типа Догмар фирмы Герца) и на черт. 88 (объектив типа Cooke-Aviar-Lens).

2. Тройные анастигматы. а) Тройные анастигматы типа Тессар. Основными свойствами объективов, построенных по типу объектива Тессар, имеющих повсеместное распространение в аэросъемке, являются следующие: 1) Большое относительное отверстие объективов, равно 1:4,5 и достигающее до величины 1:3,5. 2) Поле зрения несколько уступает по величине полю зрения двойных анастигматов, но превосходит поле зрения несклеенных четырехлинзовых анастигматов, доходя до величины в 60°—62°. 3) Качество изображения в отношении резкости несколько уступает качеству изображений склеенных анастигматов, но с другой стороны превосходит качество изображения у четырехлинзовых несклеенных анастигматов.

В отношении дисторсии объективы типа Тессар могут быть исправлены почти так же, как и склеенные анастигматы. 4) Потери

света на отражение несколько больше чем у склеенных анастигматов и несколько меньше чем у несклеенных анастигматов.



Черт. 87. Dogmar 1 : 4,52 $\beta = 56$

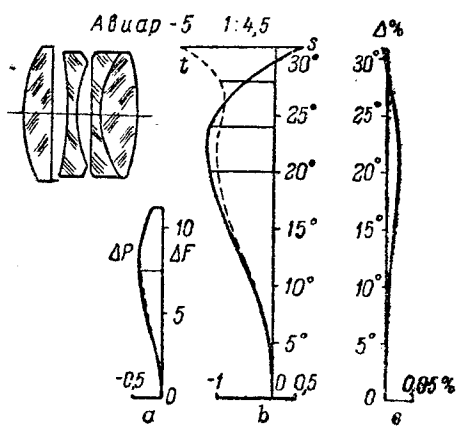
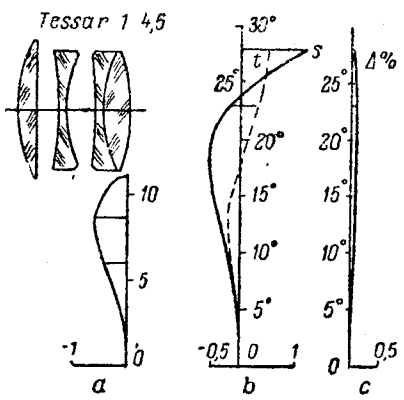
$r_1 = 27,7$	$d_1 = 4,2$	$n_2 = 1,6141$
$r_2 = -106,1$	$d_2 = 1,8$	$n_3 = 1$
$r_3 = -58,9$	$d_3 = 1,6$	$n_4 = 1,5689$
$r_4 = 37,7$	$d_4 = 2,7 + 2,7$	$n_5 = 1$
$r_5 = -63,3$	$d_5 = 1,6$	$n_6 = 1,5482$
$r_6 = 35,1$	$d_6 = 1,8$	$n_7 = 1$
$r_7 = 53,2$	$d_7 = 3,6$	$n_8 = 1,6141$
$r_8 = -35,7$	$d_8 = 1,6141$	

Черт. 88. Cooke-Aviar —
Lens 1 : 4,5.

$r_1 = 29,8$	$d_1 = 4,5$	$n_2 = 1,6115$
$r_2 = -51,5$	$d_2 = 2,0$	$n_3 = 1$
$r_3 = -42,8$	$d_3 = 1,0$	$n_4 = 1,5682$
$r_4 = 44,6$	$d_4 = 1,8 + 1,8$	$n_5 = 1$
$r_5 = -50,4$	$d_5 = 1,0$	$n_6 = 1,550$
$r_6 = 43,3$	$d_6 = 1,9$	$n_7 = 1$
$r_7 = 81,5$	$d_7 = 4,5$	$n_8 = 1,6116$
$r_8 = -20,8$		$F. P. \text{ № } 489 \text{ } 140-1918$

Черт. 87. D. R. P. № 258495—1912.
a. b. c. — тоже, что и на черт. 86.

5) Объективам типа Тессар вторичные изображения не свойственны. Повсеместное распространение в аэросъемке имеют объективы типа Тессар с относительным отверстием 1:4,5 и полем зрения от 55° до 62°. Объективы с более высокой светосилой 1:3,5 широ-



Черт. 89. Tessar 1 : 4,5

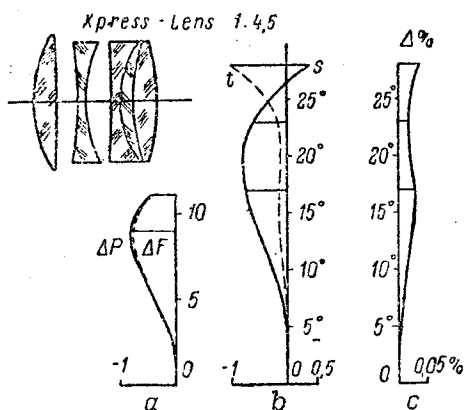
$r_1 = 26,3$	$d_1 = 3,7$	$n_2 = 1,6134$
$r_2 = \infty$	$d_2 = 4,0$	$n_3 = 1$
$r_3 = 58,1$	$d_3 = 1,7$	$n_4 = 1,5739$
$r_4 = 23,9$	$d_4 = 3,7 + 1,6$	$n_5 = 1$
$r_5 = 146,7$	$d_5 = 1,7$	$n_6 = 1,5300$
$r_6 = 22,3$	$d_6 = 4,6$	$n_7 = 1,6145$
$r_7 = 36,3$		

Черт. 90. Авиар 5 1 : 4,5

Z. f. Instrumenten Kunde 1907.

кого распространения не имеют вследствие понижения качества изображения и уменьшения поля зрения. Наиболее употребитель-

ная фокусная длина объективов 200—210 мм; однако нередко встречаются также и значения фокусных длин в 135; 150; 180; 250; 265; 300 и 500 мм (хотя уже объективы с фокусными длинами порядка 500 мм принято считать длиннофокусными). Объективы типа Тессар представлены на чертежах 89 и 90; на чертеже 91—объектив Xpres-Lens фирмы Ross.



Черт. 91. Xpres-Lens 1:4,5

$r_1 = 28,6$	$d_1 = 3,7$	$n_2 = 1,5725$
$r_2 = \infty$	$d_2 = 3,9$	$n_3 = 1$
$r_3 = -64,2$	$d_3 = 1,2$	$n_4 = 1,5784$
$r_4 = 22,7$	$d_4 = 3,7 + 1,2$	$n_5 = 1$
$r_5 = -232,0$	$d_5 = 1,8$	$n_6 = 1,5199$
$r_6 = 17,6$	$d_6 = 1,9$	$n_7 = 1,5394$
$r_7 = 31,8$	$d_7 = 3,7$	$n_8 = 1,6120$
$r_8 = 39,5$		

E. P. № 29637-1913

Тройные анастигматы типа Триплет. Тройные анастигматы типа Триплет несколько уступают объективам типа Тессар, а также и другим типам объективов в отношении поля зрения; величина относительного отверстия объективов типа Триплет, применяющихся в аэросъемке, достигает значения до 1:3.

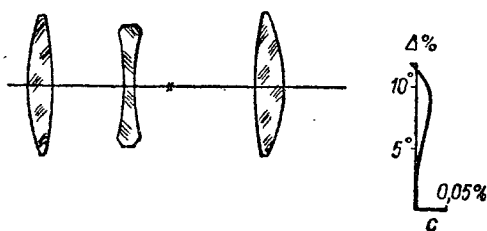
В отношении качества изображения объективы типа Триплет также уступают другим объективам; главнейшим достоинством Триплетов является простота конструкции (объектив состоит из 3-х отдельно стоящих линз в воздухе).

Областью применения объективов типа Триплет являются аэрофотосъемочные работы, преследующие главным образом цели дешифрирования.

Наиболее распространенные фокусные длины объективов типа Триплет от 360—500 мм и выше; как нормальные аэрофотосъемочные объективы Триплеты не употребляются. Объектив типа Триплет представлен на черт. 92.

3. Двойные анастигматы типа Плазмат. Дальнейшее развитие двойных анастигматов привело к созданию двойного анастигмата типа Плазмат; в настоящее время объективы этого типа начинают постепенно завоевывать свое место в аэросъемке.

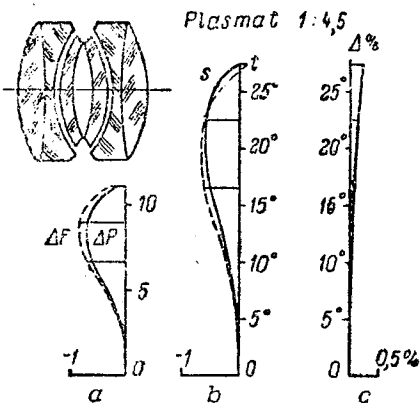
Объективы типа Плазмат обладают следующими достоинствами: 1) Поле зрения объективов типа Плазмат доходит до 65°—70° (в последнее время фирма Росс выпустила объектив, сходный по конструкции с Плазматом, обладающий полем зрения в 80°). 2) Относительное отверстие объективы типа Плазмат имеют порядка 1:4,5—1:4, т. е. более высокое, чем у широкораспространенных



Черт. 92. Zeiss-Flieger-Triplet — 1:6,8 F=500 мм О. v. Gruber Fereinkurs f. Photogrammetrie S. 78. Stuttgart 1930.

объективов типа Тессар. 3) Объективы типа Плазmat обладают весьма высоким качеством изображения как в отношении резкости, так и в отношении исправления дисторсии, которая в некоторых объективах этого типа почти совершенно уничтожена.

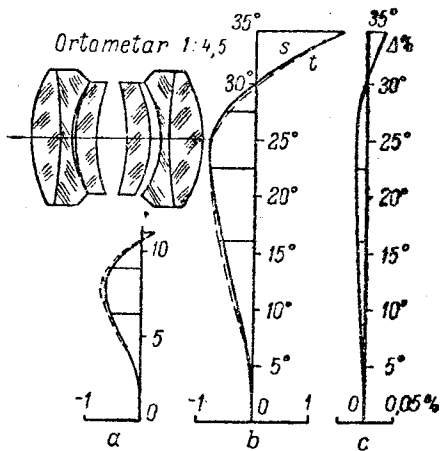
К числу недостатков, присущих объективам этого типа, можно



Черт. 93. 1:4,5.

$r_1 = 16,1$	$d_1 = 3,3$	$n_2 = 1,6207$
$r_2 = -83,9$	$d_2 = 1,5$	$n_3 = 1,6398$
$r_3 = 11,3$	$d_3 = 0,8$	$n_4 = 1$
$r_4 = 14,1$	$d_4 = 1,8$	$n_5 = 1,6053$
$r_5 = 20,2$	$d_5 = 1,4$	$n_6 = 100,0$
	$\frac{2}{2}$	

Вторая половина симметрична D. R. P.
№ 310615/1918.



Черт. 94. Ortometar 1:4,5

$r_1 = 25,9$	$d_1 = 5,1$	$n_2 = 1,6109$
$r_2 = -96,1$	$d_2 = 2,3$	$n_3 = 1,5399$
$r_3 = 18,4$	$d_3 = 0,8$	$n_4 = 1$
$r_4 = 13,8$	$d_4 = 3,5$	$n_5 = 1,5606$
$r_5 = 35,5$	$d_5 = 2,9 + 2,8$	$n_6 = 1$
$r_6 = -33,1$	$d_6 = 4,0$	$n_7 = 1,5603$
$r_7 = -22,7$	$d_7 = 1,6$	$n_8 = 1$
$r_8 = -18,1$	$d_8 = 1,9$	$n_9 = 1,5399$
$r_9 = 77,4$	$d_9 = 5,6$	$n_{10} = 1,6109$
$r_{10} = -25,4$		

отнести: 1) большие потери света на отражение (аналогично четырехлинзовым несклеенным анастигматам) благодаря наличию 8 поверхностей линз, соприкасающихся с воздухом, 2) сложность конструкции.

Объективы типа Плазmat состоят из 6-ти линз и представлены на чертежах 93 и 94.

Перечисленные недостатки объективов типа Плазmat вполне окупаются их достоинствами, в силу чего объективы этого типа успешно конкурируют с тройными анастигматами типа Тессар, особенно для целей точной аэрофотосъемки, в частности для высотной аэросъемки.

§ 26. Длиннофокусные объективы. Телеобъективы

Перейдем к рассмотрению оптики, предназначенной для дешифровочных работ и съемки крупномасштабной.

Задача получения снимков в крупном масштабе, вообще говоря, может быть разрешена путем соответственного уменьшения высоты полета. Однако такое решение вопроса во многих случаях по тем или иным соображениям является неприемлемым (например во время войны), и в силу этого появляется необходимость изыскания способов получения плана в крупном масштабе при съемке с за-

данной высоты. При сохранении высоты полета постоянной увеличению масштаба можно добиться двумя способами.

1) Путем последующего увеличения аэроснимка, снятого в среднем или мелком масштабе.

2) Путем увеличения фокусной длины объектива аэрокамеры, в силу чего увеличивается масштаб получаемого аэроснимка.

Первый способ получения крупномасштабного материала ограничивается, как известно, величиною допустимого увеличения; в частности, в случае применения оптики и эмульсии, употребляющихся при съемке в более мелких масштабах, этот прием несколько не способствует облегчению дешифрирования, так как количество деталей увеличенного аэроснимка не возрастает, причем в некоторых случаях возможно даже некоторое уменьшение числа деталей при самом процессе увеличения (пересъемка).

В случае применения оптики и эмульсии с повышенной разрешающей способностью количество деталей, очевидно, увеличится, причем дешифрирование такого снимка может производиться уже без увеличения всего снимка посредством пересъемки, а, например, посредством рассматривания снимка под лупой. Как известно, получение мелкозернистых эмульсий связано с понижением их чувствительности; в силу этого применение мелкозернистой эмульсии вызывает необходимость увеличения экспозиции, т. е. сдвига изображения, что обесценивает увеличение разрешающей способности эмульсии и оптики.

Таким образом мы видим, что осуществление первого способа получения крупномасштабного материала посредством последующего увеличения аэроснимка требует в свою очередь повышения разрешающей способности эмульсии при сохранении ее чувствительности, а также и повышения разрешающей способности оптики.

Перейдем к рассмотрению второго способа получения крупномасштабного материала, а именно к рассмотрению работы длиннофокусной оптики. В этом случае масштаб аэроснимка увеличивается пропорционально увеличению фокусной длины объектива, величина сдвига изображения на снимке на основании (214) точно так же увеличится в зависимости от увеличения масштаба. Однако такое же увеличение сдвига и в предшествующем случае также имеет место в процессе последующего увеличения аэроснимка, в силу чего влияние сдвига на качество изображения окончательной продукции окажется одинаковым в обоих случаях.

Разрешающая способность эмульсии же и разрешающая способность оптики (если последняя подобрана соответственно первой) остаются неизменными и при длинном фокусе объектива, в силу чего их влияние на качество изображения окажется неизменным и при увеличении масштаба.

Нетрудно видеть, что увеличение фокусной длины объектива по сути дела играет точно такую же роль, как и увеличение разрешающей способности эмульсии. Сохранение габаритных размеров кассетной части (формата изображения) при увеличении фокусной длины объектива вызывает уменьшение поля зрения объектива; однако такое уменьшение поля зрения не вызывает уменьшения площади, заснимаемой на один снимок, по сравнению с крупномасштабной съемкой с малых высот, так как при одинаковом фор-

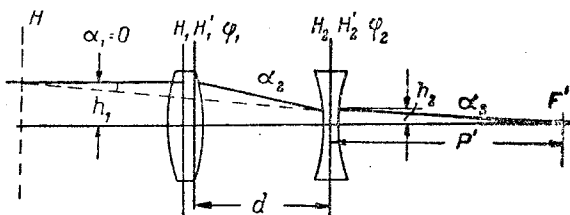
мате изображения и одинаковом масштабе в обоих случаях будут сняты и одинаковые площади.

Далее, уменьшение поля зрения вызывается еще также и необходимостью сохранения разрешающей способности объектива при увеличении фокусной длины или, что то же, необходимостью повышения относительной (угловой) разрешающей способности объектива, что возможно лишь в случае облегчения условий расчета объектива в том или ином отношении. В частности, при сохранении относительного отверстия объектива постоянным, повышение угловой разрешающей способности возможно лишь за счет уменьшения поля зрения.

Одним из представителей такого рода объективов является аэрофотообъектив Zeiss-Flieger-Triplet, представленный на черт. 92.

Фокусная длина этого объектива — 500 мм, формат изображения 180×180 мм, что соответствует полю зрения объектива $2\beta = 30^\circ$.

На чертеже показана схема объектива, приведенного, как и все другие, к фокусному расстоянию 100 мм.



Черт. 95

Главные плоскости в объективах нормального типа расположены обычно внутри объективов; в силу этого длиннофокусные объективы нормального типа удалены от плоскости даваемого ими изображения на расстояние, приблизительно равное фокусному расстоянию объектива, вследствие чего габаритные размеры аэрокамер с длиннофокусными объективами весьма возрастают по длине, что чрезвычайно затрудняет обращение с такими камерами.

Необходимость устранения этих затруднений вызвала потребность создания типов длиннофокусных объективов, имеющих при большой фокусной длине короткий последний отрезок (расстояние от объектива до изображения), следствием чего является вынесение вперед главных плоскостей из объектива. Такого рода длиннофокусные объективы носят название телеобъективов.

Познакомимся с устройством телеобъектива более подробно. Предположим, что мы имеем систему из 2-х линз (черт. 95), положительной и отрицательной, силы которых суть φ_1 и φ_2 и расстояние между линзами (между главными плоскостями линз) равно d . Определим последний отрезок p' .

Из чертежа имеем

$$p' = \frac{h_2}{\alpha_3}. \quad (225)$$

Воспользуемся выводами § 6 главы II. Для h_2 и α_3 имеем (формулы 74 и 75)

$$h_2 = h_1 (1 - \varphi_1 d) \quad (226)$$

$$\alpha_3 = h_1 (\varphi_1 + \varphi_2 - d \varphi_1 \varphi_2). \quad (227)$$

и

Таким образом, находим последний отрезок

$$p' = \frac{h_2}{a_3} = \frac{1 - \varphi_1 d}{\varphi_1 + \varphi_2 - d \varphi_1 \varphi_2}. \quad (228)$$

Фокусная длина всей системы, как известно, равняется

$$f' = \frac{h'}{a_3} = \frac{1}{\varphi_1 + \varphi_2 - d \varphi_1 \varphi_2}. \quad (229)$$

Из (228) и (229) следует

$$p' = (1 - \varphi_1 d) f'. \quad (230)$$

Формула (230) выражает собою связь между последним отрезком системы, составленной из 2-х линз, фокусной длиной всей системы, силой первой линзы и расстоянием между линзами. Из (230) нетрудно получить отношение последнего отрезка к фокусной длине всей системы. Помня, что сила первой линзы φ_1 является величиной, обратной фокусной длине f_1' , можем написать:

$$\frac{p'}{f'} = 1 - \frac{d}{f_1'}. \quad (231)$$

Нетрудно видеть, что в случае, если $d=0$ или близко к нулю, отношение $\frac{p'}{f'}$ точно так же равно или близко к единице. С другой стороны, чтобы это отношение $\frac{p'}{f'}$ было меньше единицы ($p' < f'$), необходимо, чтобы f_1' было положительным, как это и было нами выбрано. Далее, для того, чтобы главные плоскости были вынесены из объектива, необходимо, чтобы фокусная длина f' всей системы была больше, чем сумма расстояния d и последнего отрезка p' (так как в противоположном случае преимущества, получаемые вследствие малой длины последнего отрезка, уничтожаются величиною расстояния между линзами), т. е.

$$f' > p' + d. \quad (232)$$

Условие (232) может быть представлено в виде

$$f' - p' = kd, \quad (233)$$

где k —некоторый коэффициент, больший единицы. Из (231) и (233) следует

$$\frac{d}{f_1'} f' = f' - p' = kd, \quad (234)$$

откуда находим, разделив на d ,

$$f' = k f_1' > f_1', \quad (235)$$

т. е. фокусная длина всей системы должна бы быть больше, чем фокусная длина первой линзы или, переходя к силам,

$$\varphi < \varphi_1. \quad (236)$$

Полагая, что $\varphi_1 = k\varphi$, где k больше единицы, определим φ_2 , пользуясь (229)

$$\varphi = \frac{1}{f} = \varphi_1 + \varphi_2 - d\varphi_1\varphi_2 = k\varphi + \varphi_2 - dk\varphi\varphi_2, \quad (237)$$

откуда, помня (230),

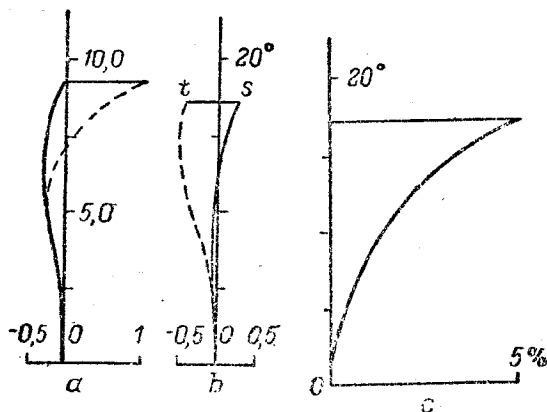
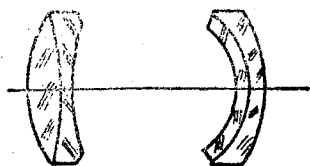
$$\varphi_2 = \frac{\varphi(1-k)}{1-dk\varphi} = \frac{\varphi f'(1-k)}{p'} = \frac{1-k}{p'} < 0, \quad (238)$$

так как $\varphi f' = 1$. Формула (238) показывает нам, что вторая линза нашей системы должна быть выбрана (как это мы и сделали) отрицательной. Большое число телеобъективов удовлетворяет в большей или меньшей степени условию $\varphi_1 = -\varphi_2$ (равенство сил составляющих линз по абсолютной величине), являющемуся по формулам Зейделя приближенным условием отсутствия кривизны изображения при исправленном хроматизме.

В этом случае формула (229) преобразуется

$$f' = \frac{f_1'^2}{d}. \quad (239)$$

Сделаем численный пример на определение величин f_1' и d , полагая $f' = 1200$ мм и телеувеличение $\frac{f'}{p'} = 2$.



Черт. 96

Данные объектива

$r_1 = 19,0$	$d_1 = 3,9$	$n_2 = 1,5913$	$\nu_2 = 61,0$
$r_2 = -45,0$	$d_2 = 0,6$	$n_3 = 1,6042$	$\nu_3 = 37,9$
$r_3 = 43,4$	$d_3 = 23,5$		
$r_4 = -10,6$	$d_4 = 2,0$	$n_5 = 1,6238$	$\nu_5 = 35,7$
$r_5 = -10,3$	$d_5 = 1,2$	$n_6 = 1,4979$	$\nu_6 = 65,3$
$r_6 = -17,6$			

Источник: Handbuch wissen. und ang. Photogr. Bd. I. „Das Photogr. Objektiv“ bearbeitet. v. W. Merté, R. Richter, v. M. Rohr.

Имеем

$$\frac{d}{f_1'} = 1 - \frac{p'}{f'} = 1 - \frac{1}{2}; \quad f' = \frac{f_1'}{d} f_1' = 1200 = 2f_1',$$

откуда

$$f_1' = 600 \text{ и } d = \frac{1}{2} f_1' = 300$$

и последний отрезок

$$p' = \frac{f'}{2} = 600.$$

Определим расстояние от первой линзы объектива до плоскости изображения. Находим: $d + p' = 300 + 600 = 900 < 1200$.

Таким образом, мы видим, что применение телеобъектива в нашем случае дает уменьшение длины камеры на $1200 \text{ мм} - 900 \text{ мм} = 300 \text{ мм}$.

Одним из основных свойств, присущих телеобъективам, является невозможность исправления дисторсии; в силу этого применение телеобъективов может иметь место лишь для целей дешифрирования. Как пример телеобъектива приводим данные объектива Телетессар (черт. 96) $1:5,4; 2\beta = 34^\circ; f' = 100,0$.

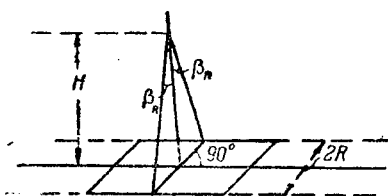
ГЛАВА VIII

ШИРОКОУГОЛЬНАЯ АЭРОФОТОСЪЕМОЧНАЯ ОПТИКА

§ 27. Основные предпосылки к применению широкоугольной оптики

В § 23 нами было указано, что основными задачами широкоугольной оптики является повышение производительности аэрофотосъемки, т. е. увеличение площади местности, заснятой за один маршрут.

Площадь местности, заснятая за один маршрут, определяется из (черт. 97).



Черт. 97

$$s = 2Rvt, \quad (240)$$

где $2R$ — ширина маршрута, v — скорость самолета и t — время про-

хождения маршрута. Производительность S (площадь в единицу времени) будет

$$S = \frac{s}{t} = 2Rv. \quad (241)$$

Определим ширину маршрута $2R$. Из чертежа находим

$$R = H \operatorname{tg} \beta_R, \quad (242)$$

где H — высота полета, а β_R — половина угла поля зрения оптической системы аэрокамеры поперек маршрута.

На основании (242) (241) может быть преобразована

$$S = 2Hv \operatorname{tg} \beta_R, \quad (243)$$

т. е. производительность пропорциональна высоте полета, скорости самолета и тангенсу половины угла поля зрения поперек маршрута оптической системы аэрокамеры¹. Рассмотрим условия высотной съемки (черт. 98).

¹ Более подробно вопрос о производительности затронут в моей статье „Некоторые общие замечания относительно основных величин аэрофотосъемки“. Информационный бюллетень Научно-исследовательского института аэросъемки № 1 за 1933 г.

В этом случае параллакс P точки, расположенной на высоте h над местностью (параллакс на местности), будет (согласно чертежу)

$$P = \frac{Bh}{H-h}, \quad (244)$$

где B базис съемки (расстояние между точками двух последовательных съемок).

Имея в виду, что h мало по сравнению с H , пренебрегая ошибками высшего порядка малости, находим

$$P = \frac{B}{H} h. \quad (245)$$

Далее из чертежа следует

$$\begin{aligned} B &= A - kA = \\ &= A(1 - k), \quad (246) \end{aligned}$$

где A — протяжение участка местности вдоль маршрута, заснимаемого за одну экспозицию, и k — коэффициент перекрытия снимков. Определим величину A .

Имеем

$$A = 2k \operatorname{tg} \beta_A, \quad (247)$$

где β_A — половина угла поля зрения оптической системы аэрокамеры вдоль маршрута. Сопоставляя (245), (246) и (247), находим

$$P = 2h(1 - k) \operatorname{tg} \beta_A. \quad (248)$$

Таким образом величина параллаксов на местности пропорциональна тангенсу половины угла поля зрения оптической системы аэрокамеры вдоль маршрута (при постоянном перекрытии).

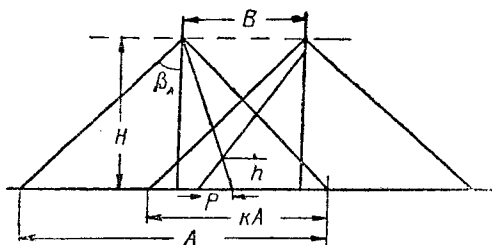
Из этих соображений нетрудно видеть, что увеличение поля зрения оптической системы аэрокамеры способствует повышению производительности, удовлетворяя тем самым поставленную нами задачу, и кроме того способствует увеличению параллаксов, облегчая тем самым условия составления высотного плана.

Эти основные свойства, присущие широкоугольной оптике, и являются основаниями ее создания и развития.

§ 28. Условия работы и общие свойства широкоугольной оптики

В предыдущей главе нами были установлены основные требования, предъявляемые к аэрофотосъемочной оптике вообще, а также и факторы, влияющие на качество аэроснимка. Однако, переходя к разбору свойств широкоугольной оптики, следует остановиться на некоторых моментах работы аэросъемочной оптики более подробно. Такими характерными моментами работы широкоугольной оптики являются:

1. Равномерность линейной разрешающей способности оптики для всех точек снимаемого участка местности.



Черт. 98.

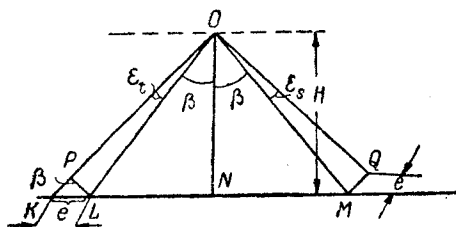
II. Сдвиг изображения в момент экспозиции под действием входящих факторов (рыскание самолета и т. п.).

III. Равномерность освещенности изображения.

О разрешающей способности оптической системы судят по величине угла, при котором система еще дает изображения двух точек не слитыми друг с другом.

Определим величины угловой разрешающей способности для широкоугольной оптической системы, полагая, что всегда должны быть разрешены точки на местности, расстояние между которыми постоянно (черт. 99).

Из чертежа имеем, полагая, что e мало по отношению к H ,



Черт. 99

$$OM = OL = \frac{ON}{\cos \beta} = \frac{H}{\cos \beta}, \quad (249)$$

$$\epsilon_s = \frac{QM}{OM} = \frac{e \cos \beta}{H}, \quad (250)$$

$$\epsilon_t = \frac{PL}{OL} = \frac{e \cos^2 \beta}{H}. \quad (251)$$

В случае, если $\beta = 0$ (разрешаемые точки находятся в центре поля зрения) ϵ_s и ϵ_t переходят в ϵ_0 (угловая разрешающая способность в центре), т. е.

$$\epsilon_0 = \frac{e}{H}. \quad (252)$$

На основании (252), (250) и (251) могут быть представлены

$$\epsilon_s = \epsilon_0 \cos \beta; \quad \epsilon_t = \epsilon_0 \cos^2 \beta. \quad (253)$$

Отсюда мы видим, что при сохранении постоянным расстояния e между разрешаемыми точками по всему полю угловая разрешающая способность должна повышаться к краям поля зрения по отношению к его центральной части. В частном случае, если $2\beta = 90^\circ$ ($\beta = 45^\circ$), получаем

$$\epsilon_s = \frac{\sqrt{2}}{2} \epsilon_0; \quad \epsilon_t = \frac{\epsilon_0}{2}.$$

Таким образом для обеспечения разрешения на краю поля зрения при угле зрения в 90° необходимо повышение угловой разрешающей способности на краю поля зрения вдвое по сравнению с центральной частью поля.

Перейдем к рассмотрению явления сдвига изображения в момент экспозиции.

Явление сдвига вследствие поступательного движения самолета нами уже было рассмотрено в § 24, поэтому мы сейчас ограничимся рассмотрением сдвига изображения вследствие вращения камеры вокруг вертикали и вследствие качания камеры.

1) Сдвиг вследствие вращения камеры вокруг вертикальной оси (черт. 100). Из чертежа следует

$$\sigma = \gamma, \quad (254)$$

где y — расстояние точки A от оси вращения вертикали и γ — угол поворота камеры в момент экспозиции.

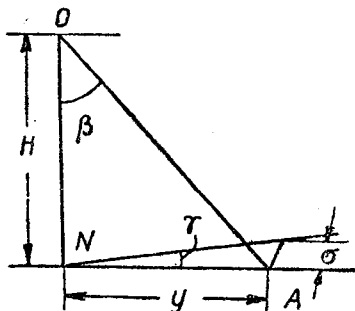
Далее находим

$$\sigma = H\gamma \operatorname{tg} \beta \quad (255)$$

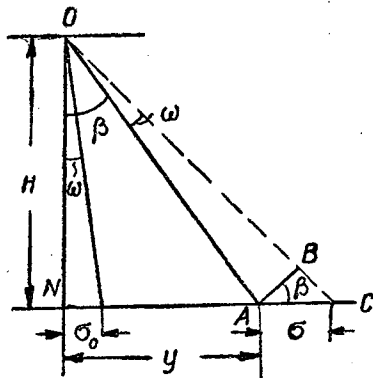
и величина сдвига на снимке

$$\sigma' = M\sigma = MH\gamma \operatorname{tg} \beta = f\gamma \operatorname{tg} \beta = y'. \quad (256)$$

В центре изображения сдвиг отсутствует.



Черт. 100



Черт. 101

2) Сдвиг вследствие качания камеры (черт. 101). Из чертежа следует:

$$OA = \frac{ON}{\cos \beta} = \frac{H}{\cos \beta}; \quad (257)$$

$$AB = OA \omega = \frac{H\omega}{\cos \beta}, \quad (258)$$

полагая ω — угол поворота камеры в момент экспозиции — малым.

Далее находим

$$\sigma = \frac{AB}{\cos \beta} = \frac{H\omega}{\cos^2 \beta} \quad (259)$$

и сдвиг на снимке σ'

$$\sigma' = \sigma M = \frac{MH}{\cos^2 \beta} \omega = \frac{f\omega}{\cos^2 \beta} \quad (260)$$

Сдвиг изображения в центре поля зрения σ_0 легко определяется из формулы (259) путем подстановки $\beta = 0$.

Как известно, для нормальной оптики главнейшую роль играет сдвиг изображения вследствие поступательной скорости; сдвиги изображения из-за вращения и качания камеры для нормальной оптики играют второстепенную роль, возрастая, однако, для оптики широкоугольной, что явствует из (255) и (259).

Следует всегда иметь в виду, что уменьшение величин γ и ω (углов поворота камеры в момент экспозиции) вызывает в свою очередь уменьшение соответствующих сдвигов и может быть достигнуто улучшением режима полета самолета.

В случае применения широкоугольной оптики для мелких масштабов при сохранении абсолютных величин сдвигов на снимке

допустимо некоторое увеличение времени экспозиции, что позволяет для широкоугольной оптики иметь светосилу несколько меньше чем для нормальной оптики.

Вопрос о распределении освещенности изображения мы разберем при рассмотрении широкоугольных объективов и дисторзирующей оптики, где этот вопрос имеет особо актуальное значение.

§ 29. Классификация методов построения широкоугольных оптических систем

Во избежание недоразумений в дальнейшем под термином „широкоугольная оптика“ условимся понимать совокупную оптическую систему (например систему объективов многообъективной аэрокамеры, не исключая при этом конечно оптической системы, построенной из одного объектива, обладающей общим углом зрения по какому-либо направлению, превышающим $70-80^\circ$, (не ограничивая вместе с тем неизменность оптической системы — например качающаяся камера).

Все широкоугольные оптические системы могут быть разделены по идее их получения на два класса.

А. Системы однообъективные (широкоугольные объективы, дисторзирующая оптика и т. п.).

В. Системы многообъективные (многообъективные аэрокамеры, качающиеся аэрокамеры, широкополосная насадка Научно-исследовательского института аэросъемки и т. д.).

В отношении свойств изображения, даваемого оптикой, широкоугольные оптические системы могут быть разделены следующим образом.

I. Оптика, дающая изображение постоянного масштаба, расположенное на одной плоскости, например широкоугольные объективы, дающие изображение, свободное от дисторсии (неискаженное изображение).

II. Оптика, дающая изображение переменного масштаба, но расположенное в одной плоскости (искаженное изображение), например дисторзирующая оптика, оптика камеры Ашенбренера).

III. Оптика, дающая изображение переменного масштаба, но не расположенное в одной плоскости, например оптика камеры Шеймфлюга, Дробышева, Цейсса и т. д.

В очень многих случаях постройка широкоугольной оптической системы может быть осуществлена путем сочетания нормальной оптики с оптикой дополнительной (оптические системы-насадки), как например дисторзирующая насадка к нормальному объективу, система призм широкополосной насадки и т. д., используя в известных пределах существующую нормальную съемочную аппаратуру.

Классификация широкоугольных оптических систем, построенная по вышеизложенному принципу, может быть более наглядно представлена в виде следующей таблицы.

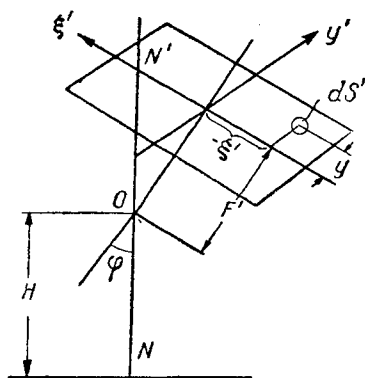
В предлагаемую таблицу нами не включена оптика аэрокамер для перспективной съемки. Однако, такого рода оптика ничем не отличается от оптики нормальной и длиннофокусной, преследуя

			А. Оптика однообъектив- ная	В. Оптика многообъек- тивная
I. Оптика, дающая изображе- ние по- стоянного масштаба, располо- женное в одной плоскости	а. Моно- литные системы	Аэро- съемоч- ные	Аэросъемочные широкоугольные объективы: объек- тив фирмы Ross, объектив Лиар-5, Лиар-6, Н.-и. и. аэ- росъемки	Многообъективная аэрокамера с автома- тической разверткой изображения (по идее Чуриловского)
		Обычно- венные	Протар Zeiss'a, Дагор, Goerz'a, широкоуголь- ный Коллинеар Фохт- лендера и т. д.	—
	б. На- садки	Аэро- съемоч- ные	—	—
		Обычно- венные	Насадочные линзы для увеличения поля зрения	—
II. Оптика, дающая изображе- ние пере- менного масштаба, но располо- женное на одной плоскости	а. Моно- литные системы	Аэро- съемоч- ные	—	Оптика девятиобъек- тивной камеры Ашен- бренера
		Обычно- венные	Объектив Хилля для съемки облаков	—
	б. На- садки	Аэро- съемоч- ные	Насадочная дисторзи- рующая система к нор- мальному короткофо- кусному объективу, предложенная Чуриловским	Широкополосная на- садка Н.-и. и. аэро- съемки к нормальным аэрофотоаппаратам
		Обычно- венные	—	—
III. Оптика, дающая изображе- ние пере- менного масштаба, но не рас- положен- ное в од- ной пло- скости	а. Моно- литные системы	Аэро- съемоч- ные	—	Оптика камер Шейм- флюга, Дробышева, Zeiss'a и др.
		Обычно- венные	Концентрический объ- ектив Sutton'a, Sonder- objektiv проф. В. С. Игнатовского	Проектирующая оптика оптического планета- рия фирмы Zeiss
	б. На- садки	Аэро- съемоч- ные	—	Качающиеся камеры
		Обычно- венные	—	—

в большей части задачи дешифровочного характера, в силу чего отнесение оптики аэрокамер для перспективной съемки к системе широкоугольной оптики едва ли уместно.

§ 30. Оптика многообъективных аэрокамер

Рассмотрение оптики многообъективных аэрокамер удобно начать с оптики аэрокамер, дающих первоначальное изображение переменного масштаба и нерасположенное на одной плоскости, так как свойства оптики такого рода камер сейчас же распространяются и на оптику многообъективных аэрокамер, дающих изображение переменного масштаба, но расположенное в одной плоскости. По своему конструктивному выполнению оптика многообъективных камер может быть разделена на две группы:



Черт. 102

1. Многообъективная оптика, имеющая один центральный объектив, ось которого в пространстве съемки вертикальна (оптика 9-объективной камеры Дробышева, оптика 4- и 5-объективных камер Ферчайльда и т. д.).

2. Многообъективная оптика, не имеющая центрального объектива (оптика спаренной камеры Zeiss'a, 4-объективной камеры Zeiss'a и т. д.).

В обеих группах оси отдельных объективов в пространстве съемки наклонены к вертикали (за исключением центрального объектива); отдельные изображения местности, даваемые этими объективами, перспективны, т. е. обладают переменным масштабом (увеличением) и требуют так называемого процесса развертывания (трансформации) для приведения их к одному масштабу.

Рассмотрим более подробно условия работы объектива, ось которого наклонена к вертикали на некоторый угол φ . Законы изменения масштаба на перспективных снимках мы выведем впоследствии в следующей главе; сейчас же мы воспользуемся формулами изменения масштабов без доказательства.

Для некоторого элемента ds' перспективного изображения с координатами (ξ', y') масштаб M_h в направлении оси y' (главной горизонтали) будет (см. черт. 102)

$$M_h = \frac{F'}{H} \left(\cos \varphi + \frac{\xi'}{F'} \sin \varphi \right), \quad (261)$$

где ξ' — расстояние от центра снимка (главной точки снимка — пересечение оси объектива с плоскостью снимка) до проекции элемента ds' на ось ξ' , F' — фокусная длина объектива, H — высота полета и φ — угол конвергенции (наклона оси объектива). Угол конвергенции условимся считать от оси объектива в направлении оси ξ' . На чертеже φ положительно.

Для масштаба M_v элемента ds' по направлению оси ξ' (в направлении главной вертикали) имеем

$$M_v = \frac{F'}{H} \left(\cos \varphi + \frac{\xi'}{F'} \sin \varphi \right)^2. \quad (262)$$

Из (261) и (262) нетрудно видеть, что

$$M_v = \frac{H}{F'} M_h^2. \quad (263)$$

При развертывании снимков масштабы всех элементов снимка приводятся к некоторому масштабу M всей развертки; при этом для различных элементов имеют место различные увеличения. Эти увеличения определяются соотношением масштаба M всей развертки к масштабам M_h и M_v отдельных элементов снимка.

Обозначая эти увеличения соответственно через V_h и V_v , находим

$$V_h = \frac{M}{M_h}; \quad V_v = \frac{M}{M_v}. \quad (264)$$

В большинстве случаев значение масштаба M развертки принимают равным так называемому масштабу планового снимка, т. е.

$$M = M_o = \frac{F'}{H} \quad (265)$$

Выражение (264) может быть тогда представлено в виде

$$V_v = \frac{M_o}{M_v} = \frac{1}{\left(\cos \varphi + \frac{\xi'}{F'} \sin \varphi \right)^2}; \quad V_h = \frac{M_o}{M_h} = \frac{1}{\cos \varphi + \frac{\xi'}{F'} \sin \varphi}. \quad (266)$$

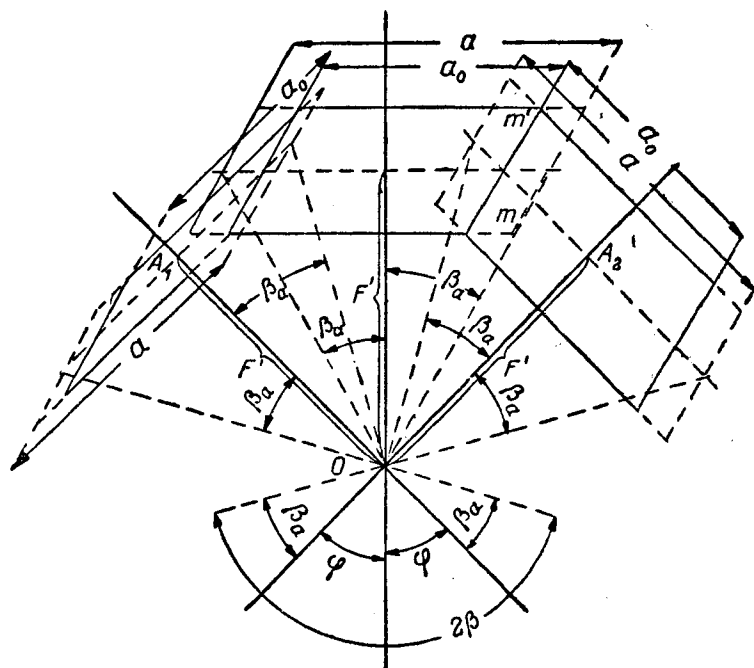
Увеличения, допускаемые с аэроснимка, определяются, как известно, резкостью изображения; последняя же, как это мы видели в § 24, складывается из целого ряда факторов, причем главнейшими из них являются качество изображения, даваемого объективом, разрешающая способность эмульсии и сдвиг изображения во время экспозиции.

Разрешающая способность практически постоянна для всех элементов аэроснимка, качество же изображения является функцией расстояния элемента от точки пересечения оси объектива с плоскостью снимка (главной точки снимка), причем наивысшее качество изображения имеет место в центральной части поля зрения объектива, ухудшаясь постепенно к краям.

Для объективов, обычно употребляющихся в многообъективных камерах, поле зрения более или менее близко к полю зрения нормальных аэрофотообъективов, качество же изображения более или менее равномерно и несколько превосходит разрешающую способность эмульсии, так как в большинстве случаев объективы для многообъективных камер представляют из себя нормальные аэрофотообъективы с укороченным фокусным расстоянием (порядка 120—150 мм) или же объективы с уменьшенной светосилой (порядка 1:6,8—1:6,3), также обладающие повышенным качеством изображения.

Величины сдвигов при мелкомасштабной съемке тоже получаются малыми; поэтому резкость аэроснимка и допустимые увеличения определяются разрешающей способностью эмульсии.

Перейдем теперь к рассмотрению многообъективной оптики, имеющей один центральный объектив. В большинстве случаев такого рода многообъективная оптика строится из объективов, обладающих совершенно одинаковыми данными, причем объективы, дающие перспективные изображения, располагаются обычно попарно симметрично относительно центрального объектива.



Черт. 103

Рассмотрим систему трех таких объективов (черт. 103), причем для удобства чертежа задние узловые точки (задние главные точки объективов) совмещены друг с другом. Нетрудно видеть, что для отсутствия разрывов между центральными и перспективными снимками необходимо, чтобы крайние точки m и m' центрального снимка являлись одновременно крайними точками перспективного снимка; однако практически удобнее создавать перекрытие снимков (показанное пунктиром), т. е. как центральный, так и перспективные снимки несколько продолжить за линии их смыкания. Полагая, что снимки имеют прямоугольную или квадратную форму, нетрудно определить связь угла конвергенции φ с углом зрения отдельных объективов β_a по стороне a , а также и общий угол зрения всей системы трех объективов в плоскости их осей (параллельно сторонам a отдельных снимков). Из чертежа непосредственно видно, что угол конвергенции φ , в случае обеспечения известного перекрытия между центральным и перспективным сним-

ками, несколько меньше, чем $2\beta_a$, в силу 'чего общий угол зрения системы трех объективов будет

$$2\beta = 2\varphi + 2\beta_a < 6\beta_a \quad (267)$$

$$\varphi < 2\beta_a. \quad (268)$$

Предположим, что отдельный объектив нашей системы при фокусном расстоянии $F' = 135$ мм покрывает формат размерами 120×120 . Определяем поле зрения $2\beta_a$ по стороне. Находим

$$\operatorname{tg} \beta_a = \frac{a}{2F'} = \frac{120}{270} = 0,444 \dots \beta_a = 24^\circ,$$

угол конвергенции φ выбираем равным 45° , так как

$$\varphi = 45^\circ < 48^\circ = 2\beta_a$$

и общее поле зрения $2\beta = 2\varphi + 2\beta_a = 138^\circ$.

Обратим внимание на увеличения при разворачивании перспективных снимков в масштаб центрального снимка.

Обращаясь к формулам (266), мы видим, что для выполнения условия

$$\frac{M_o}{M_v} = \frac{M_o}{M_h} = 1 \quad (269)$$

необходимо, чтобы

$$\cos \varphi + \frac{\xi'}{F'} \sin \varphi = 1, \quad (270)$$

откуда следует

$$\frac{\xi'}{F'} = \frac{1 - \cos \varphi}{\sin \varphi} = \frac{2 \sin^2 \frac{\varphi}{2}}{2 \sin \frac{\varphi}{2} \cos \frac{\varphi}{2}} = \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2}; \quad (271)$$

имея в виду, что $\varphi \cong 2\beta_a$, получаем

$$\frac{\xi'}{F'} \cong \operatorname{tg} \beta_a, \quad (272)$$

откуда находим

$$\xi' \cong F' \operatorname{tg} \beta_a = \frac{a}{2}, \quad (273)$$

т. е. что увеличения, равные единице, имеют место для элементов, расположенных на краю перспективного снимка, которым перспективный снимок соприкасается с центральным. Нетрудно установить, что для всех остальных элементов перспективного снимка увеличения будут больше единицы; в частности, на противоположной стороне снимка в случае, если

$$\frac{\xi'}{F'} = -\operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} \text{ и } \varphi = 45^\circ,$$

находим

$$\cos \varphi = \sin \varphi = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}; \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} = \operatorname{tg} 22^\circ 30' = \sqrt{2} - 1$$

$$\cos \varphi + \frac{\xi'}{F_1} \sin \varphi = \frac{\sqrt{2}}{2} (1 - \sqrt{2} + 1) = \sqrt{2} - 1.$$

Таким образом

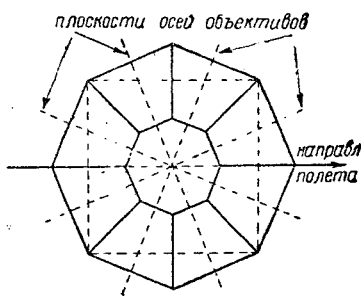
$$V_h = \frac{1}{\sqrt{2}-1} = \sqrt{2}+1 = 2,414\times; V_v = V_h^2 = 2 + 2\sqrt{2}+1 = 5,828\times,$$

т. е. максимальные увеличения доходят до $6\times$, что несколько превышает допустимые увеличения для эмульсии, имеющие порядок $3\times - 5\times$.

Перейдем к рассмотрению общего поля зрения многообъективных аэрокамер с центральным объективом.

а) Многообъективная оптика, дающая развертку, близкую к квадратной форме (9-объективные аэрокамеры).

В этом случае общие плоскости осей двух попарно симметричных перспективных объективов и центрального объектива располагаются, как показано на черт. 104.



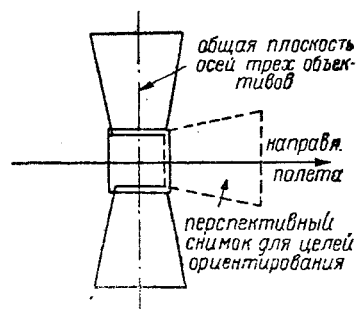
Черт. 104

Поле зрения всей системы $2\beta_R$ поперек маршрута равно полю зрения $2\beta_A$ вдоль маршрута, так как практически используемая часть поля зрения всей оптики представляет из себя квадрат (показанный на чертеже пунктиром), вписанный в восьмиугольник, являющийся полным полем зрения всей оптики.

Нетрудно видеть, что поле зрения по сторонам этого квадрата $2\beta_R = 2\beta_A$ получается несколько меньшим, чем поле зрения трех объективов 2β в направлении плоскости их осей, поле же зрения по диагоналям квадрата получается несколько большим, нежели поле зрения трех объективов 2β в направлении плоскости их осей.

б) Многообъективная оптика, дающая развертку, форма которой значительно отстает от квадратной, как например оптика 4- или 5-объективных аэрокамер Ферчайльда (черт. 105).

Оптика такого рода камер сводится по существу к уже рассмотренной нами системе трех объективов, причем общая плоскость осей этих трех объективов перпендикулярна маршруту, остальные же снимки (третий перспективный снимок для 4-объективной камеры и третий и четвертый снимки для 5-объективной камеры) направлены вдоль маршрута и служат лишь для целей ориентирования снимков. Нетрудно видеть, что поле зрения такой оптики поперек маршрута $2\beta_R$ как-раз окажется равным полю зрения системы 3-х объективов 2β ; поле же зрения вдоль маршрута будет несколько меньше поля зрения центрального объектива по стороне $2\beta_A$. Следует особо отметить, что общее поле зрения многообъективной оптики с центральным объективом достигает в настоящее время наиболь-



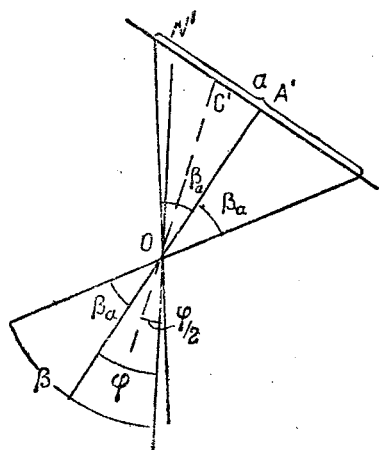
Черт. 105.

шей величины по отношению к другим широкоугольным оптическим системам, употребляемым в аэросъемке.

Главнейшими недостатками такого рода оптики являются сложность и громоздкость съемочной аппаратуры, усложнение процесса развертывания перспективных снимков вследствие больших углов конвергенции, понижение точности общей развертки всех снимков, смонтированных совместно, и сильное понижение резкости перспективных снимков вследствие больших увеличений при развертке.

Достоинствами же многообъективной оптики с центральным объективом, помимо большого поля зрения, являются: наличие высокой разрешающей способности оптики (что особенно существенно на перспективных снимках), хорошее распределение освещенности и наличие увеличенной площади фильма в момент экспозиции по сравнению с нормальными аэрокамерами.

Займемся теперь рассмотрением многообъективной оптики, не имеющей центрального объектива. В этом случае точка надира должна находиться на краю поля зрения объектива, дающего перспективное изображение, в силу чего угол конвергенции φ ограничивается половиною угла поля зрения (для 4-объективных камер—половиною угла поля зрения объектива по диагонали, для 2-объективных—половиною угла поля зрения объектива по сторонам).



Черт. 106

Проанализируем условия работы объектива, когда точка надира N' находится на краю поля зрения (черт. 106).

Ранее мы установили, что область снимка, в которой масштабы перспективного изображения равны друг другу и масштабу $M_0 = \frac{F'}{H'}$, определяется половиною угла конвергенции φ . В силу этого, так как в нашем случае $\varphi < \beta_a$ (что нетрудно видеть из чертежа), точка нулевых искажений C' (которая характеризуется равенством масштабов M_0 и M_h) будет находиться уже не на краю изображения, а приблизительно на половине расстояния между центром снимка (главной точкой снимка) и краем изображения. Поэтому при развертке такого перспективного снимка в масштаб M_0 часть снимка от точки нулевых искажений до края снимка (точки надира) будет претерпевать уменьшение.

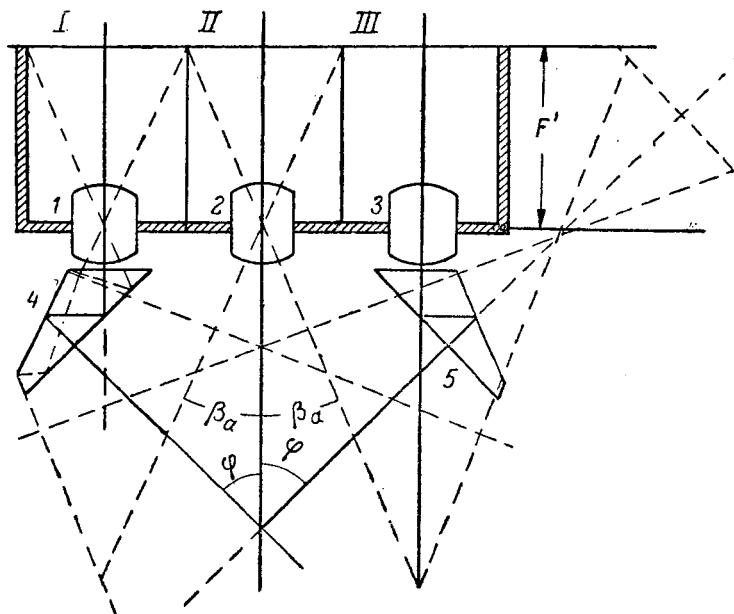
С другой стороны, вследствие значительного уменьшения угла конвергенции φ по сравнению с углом конвергенции при наличии центрального объектива, значительно уменьшаются увеличения V_0 и V_h (конечно при сохранении отношения $\frac{\xi'}{F'}$), что вытекает из рассмотрения формул (266). В силу этого снимки, даваемые многообъективной оптикой, не имеющей центрального объектива, дают развертку перспективных снимков с более высоким качеством из-

ображения по краям поля зрения по сравнению с разверткой, даваемой оптикой с центральным объективом.

Общее поле зрения, даваемое многообъективной оптикой без центрального объектива, значительно меньше (примерно в полтора раза), чем для оптики с центральным объективом; так, например, для спаренной камеры общий угол поля зрения в направлении плоскости осей 2β будет

$$2\beta = 2\varphi + 2\beta_a < 4\beta_a. \quad (274)$$

Основными достоинствами многообъективной оптики без центрального объектива следует считать значительное качественное улучшение развертки как в отношении резкости (вследствие мень-



Черт. 107. 1, 2, 3 — объективы, 4 и 5 — отражательные призмы.
I, II, III — изображения, даваемые отдельными объектами

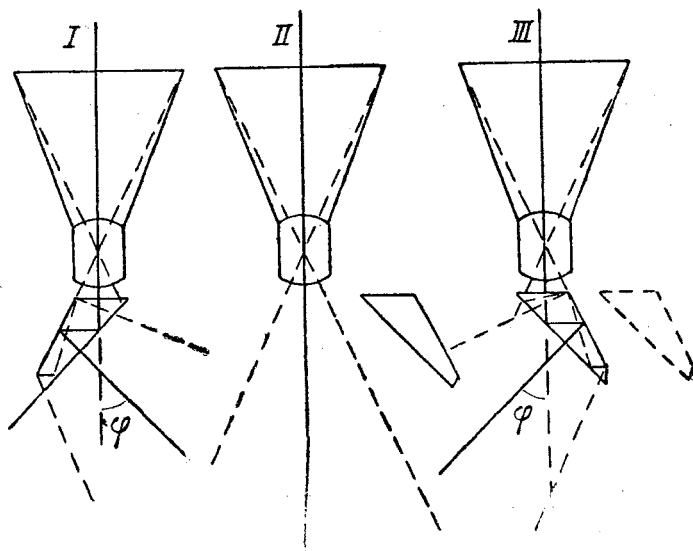
шего угла конвергенции и меньших увеличений при развертке), так и в отношении точности (вследствие уменьшения числа отдельных снимков) и упрощение конструкции и процесса обработки вследствие уменьшения числа объективов, что делает возможным применение многообъективной оптики без центрального объектива для более крупных масштабов.

Главнейшими же недостатками оптики без центрального объектива являются уменьшение поля зрения и усложнение фотограмметрической обработки снимков в виду отсутствия центрального планового снимка.

Переходя к рассмотрению вопроса работы многообъективной оптики, дающей совокупное изображение от всех объективов на одной и той же плоскости (например 9-объективная камера Ашенбреннера), все наши рассуждения, сделанные выше, остаются

в силе; характерными отличиями оптики, дающей изображение на одной плоскости, являются некоторое ослабление светосилы объективов, дающих перспективные изображения, вследствие потерь света в отражательных призмах, отклоняющих оси объективов в пространстве съемки, и необходимость применения короткофокусных объективов (фокусное расстояние порядка 50 мм) вследствие невозможности получения фотоматериалов большого формата, в силу чего возможности применения такого рода оптики ограничиваются лишь мелкими масштабами.

Достоинствами же такого рода оптики являются некоторое упрощение развертки перспективных снимков и малые габаритные размеры аэрокамеры.



Черт. 108

Схема оптики, дающей изображение на одной плоскости, представлена на черт. 107.

Несколько более отличаются от работы многообъективных камер условия работы широкополосной насадки Научно-исследовательского института аэросъемки и качающихся камер, в силу одновременности экспозиций отдельных снимков вследствие использования одного и того же объектива (камеры) для плановых и для перспективных снимков.

Схематически работа широкополосной насадки НИИ аэросъемки представлена на черт. 108, где приведены три положения призмы в процессе всего цикла работы.

Угол конвергенции φ (угол отклонения, даваемый призмой) выбирают из расчета обеспечения перекрытия планового и перспективных снимков, учитывая возможность изменения крена самолета при различных экспозициях, в силу чего угол конвергенции для широкополосной насадки НИИ аэросъемки получается несколько меньшим, нежели для многообъективной оптики с центральным объективом.

Основными достоинствами оптики широкополосной насадки можно считать: 1) возможность использования существующих аэрокамер, в силу чего сохраняется фокусная длина объективов аэрокамер (порядка $F' = 210$ мм — максимальная для многообъективной оптики), что весьма способствует улучшению дешифрируемости снимков, вследствие укрупнения съемочного масштаба; 2) большое поле зрения поперек маршрута (близкое к полю зрения многообъективной оптики с центральным объективом).

Главнейшими недостатками широкополосной насадки являются: 1) усложнение процесса фотограммобработки, вследствие разновременности экспозиции; 2) понижение точности; 3) ухудшение условий съемки перспективных снимков вследствие введения отражательной призмы, несколько понижающей светосилу объектива. Конструкция призмы для широкополосной насадки была нами разобрана в главе VI (§ 22).

§ 31. Ортоскопическая широкоугольная оптика

Условием отсутствия дисторсии на основании (141) § 16 главы V является

$$\Delta y' = 0 = y' - y'_0 = f(y'_0) - y'_0, \quad (275)$$

откуда

$$f(y'_0) = y'_0. \quad (276)$$

На основании (111) § 11 главы IV

$$\Phi(y'_0) = F(y'_0) \varphi(y'_0), \quad (277)$$

т. е. функция распределения освещенности является произведением функции $\varphi(y'_0)$, выражающей закон Ламберта на функцию $F(y'_0)$, выражающую закон виньетирования. Допуская падение освещенности на краю поля зрения до некоторого значения $\Phi(y'_0)_{\max} = \Phi_{\min}$, мы тем самым определяем необходимое значение функции, определяющей виньетирование на краю поля зрения, вследствие определенности функции $\varphi(y'_0)$

$$\varphi(y'_0) = \cos^4 \left(\arctg \frac{y'_0}{F} \right) = \cos^4 \beta. \quad (278)$$

Таким образом для функции $F(y'_0)$ находим

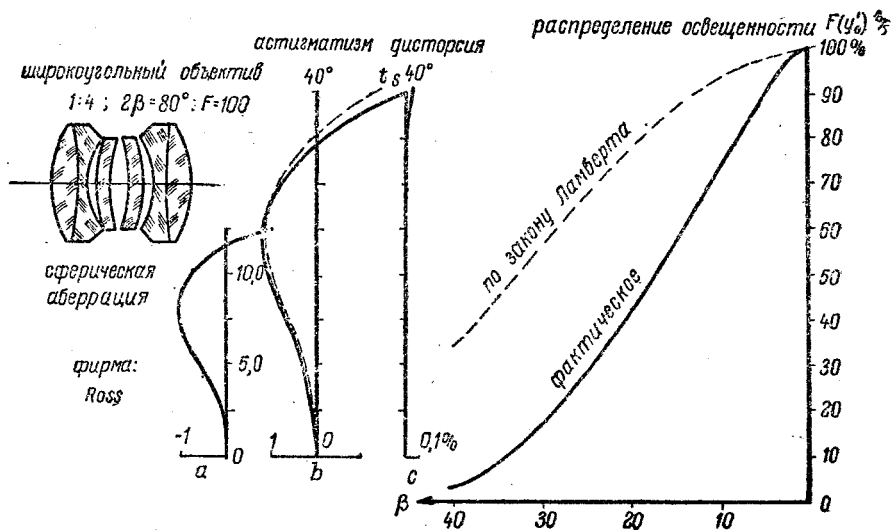
$$F(y'_0)_{\max} = \frac{\Phi_{\min}}{\cos^4 \beta_{\max}}. \quad (279)$$

До настоящего времени, как известно, не существует таких фотообъективов, для которых функция $F(y'_0)$ имела бы значение больше единицы; поэтому наилучшим распределением освещенности в настоящее время следует считать распределение освещенности, возможно близкое к распределению освещенности по закону Ламберта, требующее возможно более близкое значение функции $F(y'_0)$ к единице при максимальных значениях β , т. е., иными словами, пропускания возможно более широких наклонных пучков (необходимое еще и в отношении повышения дифракционной разрешающей способности). С другой стороны, пропускание ши-

роких наклонных пучков света треует высокой исправления их в отношении аберраций, что еще усугубляется необходимостью иметь высокую разрешающую способность по краям поля зрения объектива.

Как пример широкоугольного объектива приведем объектив фирмы Ross с относительным отверстием 1:4 и полем зрения $2\beta = 72^\circ$, для которого мы кроме характеристических аберрационных кривых приведем еще и кривую распределения освещенности (совместно с кривыми светораспределения аэрофотообъектива Лиар-6 и объектива Тессар).

Схема этого объектива представлена на черт. 109.



Черт. 109. Широкоугольный объектив 1:4 $2\beta = 72^\circ$ (80°) $F = 100$.
Распределение освещенности по закону Ламберта и фактическое.
a — сферическая аберрация, b — астигматизм, c — дисторсия.

Из приведенных графиков распределения освещенности нетрудно видеть, насколько существенную роль играет виньетирование объектива, которое практически ограничивает полезное поле объектива примерно на 70° .

Основными достоинствами ортоскопической широкоугольной оптики являются: 1) простота фотограмметрических процессов (вследствие исключения процесса развертывания снимков) и 2) точность.

Главнейшими же недостатками можно считать сильное падение освещенности вследствие виньетирования и малое поле зрения.

Однако работы, сделанные автором в течение 1931—1935 гг. в Научно-исследовательском институте аэрофото съемки по изысканиям типа широкоугольного ортоскопического объектива, обладающего улучшенным распределением освещенности и увеличенным полем зрения, привели к созданию широкоугольных объективов типа Лиар-6, обладающих полем зрения 2β порядка 100° при светосиле порядка 1:5,4—1:5, разбор которого мы произведем

в следующем параграфе, и в установлении путей дальнейшего развития различных типов широкоугольных объективов как в отношении повышения качества изображения и распределения освещенности, так и в отношении форсирования поля зрения и светосилы.

§ 32. Основные данные аэрофотообъектива Лиар-6

Задача создания широкоугольного аэрофотообъектива, выдвинутая автором еще в 1931 г., предусматривала собою создание типа широкоугольного объектива, обладающего при угле зрения порядка $90-100^\circ$ светосилой, достаточной для целей аэросъемки (что имеет место, как известно, при относительном отверстии порядка $1:5-1:5,7$), а также допускающего достаточно высокое исправление изображения как в отношении резкости, так и в отношении ортоскопии. В § 31 нами было уже указано на сильное падение освещенности для широкоугольных объективов по краям изображения, имеющее место вследствие закона Ламберта, а также и на возможности ослабления этого падения посредством уменьшения виньетирования объектива (пропускания более широких наклонных пучков лучей), требующего, как это мы уже видели, создания специальных типов широкоугольных объективов.

Однако сложность поставленной автором задачи создания типа широкоугольного аэрофотообъектива помимо необходимости значительного уменьшения виньетирования усугублялась еще требованием получения большого относительного отверстия, а в силу этого весьма высокого исправления аберраций широких наклонных пучков лучей, проходящих через объектив.

Решение поставленной задачи привело автора к созданию типа широкоугольного объектива с отрицательными передним и задним компонентами (аналогично объективам Wide Angle Xpres Special и Ortometar, обладающим большими относительными отверстиями), при чем виньетирование было устранено путем отступления от общепринятых габаритных размеров объектива в сторону сильного увеличения свободных отверстий переднего и заднего компонентов по отношению к величинам диаметров входного и выходного зрачков; исправление же полевых ошибок (астигматизма, комы и т. д.) для широких наклонных пучков лучей было достигнуто путем реализации принципа минимальных углов падения и преломления главных лучей наклонных пучков, указанного автору еще в самом начале его деятельности в области расчета фотографической оптики на заводе ГОМЗ имени ОГПУ в 1928 году проф. В. С. Игнатовским.

Основные данные объектива Лиар-6, реализованного НИИ аэросъемки в порядке подарка к XVII партсъезду, — следующие:

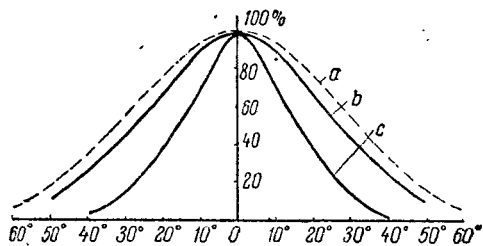
- 1) Фокусная длина $F' = 100$ мм.
- 2) Относительное отверстие $1:5,4$.
- 3) Поле зрения $2\beta = 100^\circ$ (при некотором ухудшении качества изображения объектив покрывает формат пленки размера 180×180 мм, что соответствует углу поля зрения 104°).
- 4) Объектив имеет 8 поверхностей линз, граничащих с воздухом.

Потеря света в объективе Лиар-6 на отражение от поверхностей линз и поглощение в стекле составляют (по данным расчета) в центральной части поля зрения около 30—35%.

Распределение освещенности изображения (обусловливаемое виньетированием и законом Ламберта) объектива Лиар-6 представлено на чертеже 110, где для сравнения приведены кривые распределения освещенности объективов Wide Angle Xpres Special фирмы Ross ($1:4$ $2\beta = 80^\circ$) и Тессар (относительное отверстие $1:4,5$ $2\beta = 60^\circ$). Кривые распределения освещенности как для объективов Тессар и Wide Angle Xpres Special, так и для объектива Лиар-6 были вычислены на основании формулы (111) § 11 главы IV.

$$\Phi(\beta) = \frac{E}{E_0} = \frac{dL}{dL_0} = F(\beta) \cos^4 \beta. \quad (280)$$

Из чертежа нетрудно видеть, что падение освещенности изображения по краям поля зрения для объектива Лиар-6 значительно меньше, нежели для объектива Wide Angle Xpres Special, но на самом краю поля зрения несколько превышает падение освещенности изображения для объектива типа Тессар. Более близкое соответствие распределения освещенности изображения для объектива Лиар-6 к распределению освещенности по закону Ламберта, нежели в объективах Wide Angle Xpres Special и Тессар, достигнуто путем значительного уменьшения виньетирования



Черт. 110. Светораспределение объективов. *a* — по закону Ламберта, *b* — Лиар-6, *c* — Wide Angle Xpres Special, и Тессар (до 30°)

для наклонных пучков лучей вследствие удачного выбора конструкции объектива. Следует особо отметить, что несмотря на то, что падение освещенности изображения для объектива Лиар-6 несколько больше чем для объективов типа Тессар, негативы, даваемые объективом Лиар-6, при визуальном их рассмотрении не обнаруживают сколько-нибудь заметного падения освещенности изображения, имеющего место в объективе, что, как известно, является вполне приемлемым для аэрофотосъемочных работ.

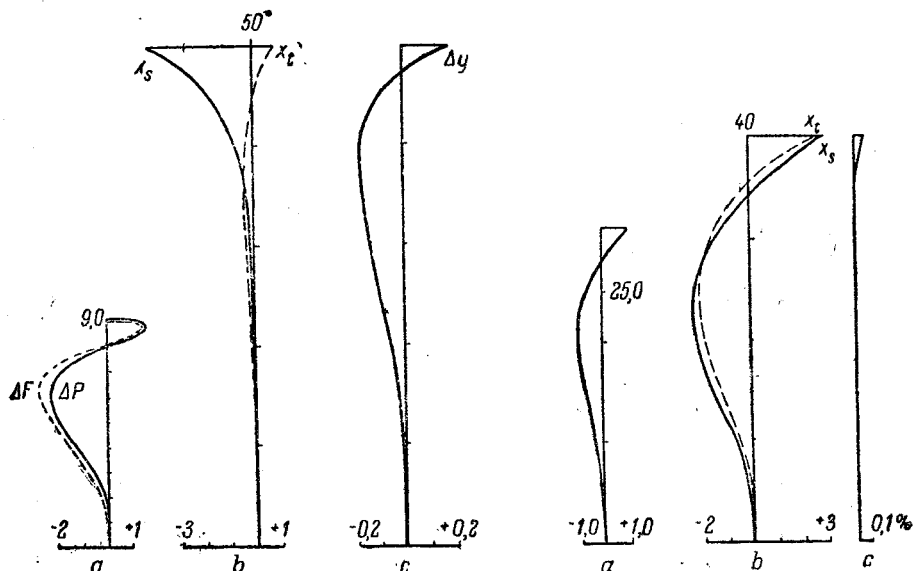
Кривые распределения освещенности, определенные вычислительным путем, не учитывают потерь света в объективах вследствие закона Френеля (потери на отражение) и вследствие поглощения света в стекле; однако потери на отражение в объективе Лиар-6 не могут быть велики вследствие того, что сама конструкция объектива предусматривает получение минимальных углов падения и преломления для наклонных пучков лучей.

Качество изображения объектива Лиар-6. Характерными отличиями абберрационных кривых объектива Лиар-6 являются следующие:

1) Двойное исправление кривых сферической абберрации и закона синусов для точки на оси, позволившее достигнуть величины относительного отверстия $1:5,4$ вместо $1:6,8$, что имело бы место

при однократном исправлении сферической aberrации и закона синусов.

2) Искусственное введение отрицательной кривизны сагиттального изображения на краю поля зрения для компенсации сферической aberrации наклонных пучков в косых лучах. Весьма своеобразным является направление кривизны сагиттального изображения (в случае исправления кривизны сагиттального изображения на краю поля зрения зональные отступления получают



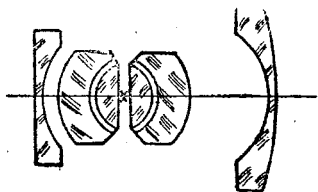
Черт. 111. Графики aberrаций Лиар-6, Wide Angle Xpres Special
 а — сферическая aberrация, б — астигматизм, в — дисторсия.

положительными, в то время как подавляющее большинство фотообъективов обладает отрицательными зональными отступлениями кривизны сагиттального изображения).

3) Объектив Лиар-6 обладает весьма солидной aberrацией в зрачках, что весьма затрудняет исправление дисторсии объектива и кроме того делает невозможным применение объектива в качестве репродукционного, так как наличие большой aberrации в зрачках при исправлении дисторсии для объекта, лежащего на бесконечности, вызывает, как известно, появление сильной дисторсии, а также и появление астигматизма и кривизны поверхности изображения для объекта, лежащего на конечном расстоянии. Для удобства сравнения aberrаций объектива Лиар-6 мы приведем графики aberrаций объектива (см. черт. 111) Wide Angle Xpres Special фирмы Ross (упомянутого нами в § 31), составленные при фокусном расстоянии объектива, равном $F' = 210$ мм, которое является фактическим рабочим фокусным расстоянием объектива (фактическое фокусное расстояние объектива Лиар-6 равно 100 мм).

Из сопоставления графиков aberrаций объектива Лиар-6 и объектива Wide Angle Xpres видно, что зоны сферической aberrации

у объектива Лиар-6 значительно больше, нежели у объектива Wide Angle Xpres Special; однако необходимо иметь в виду, что максимальная зона сферической абберации у объектива Лиар-6 имеет место при сравнительно малом относительном отверстии, вследствие чего величина поперечных аббераций у объектива Лиар-6 более или менее близка к значениям поперечной сферической абберации у объектива Wide Angle Xpres Special. Исправление астигматизма и кривизны поверхности изображения в объективе Лиар-6 выполнено значительно лучше, нежели у объектива Wide Angle Xpres Special; практически кривизна поверхности изображения и астигматизм у объектива Лиар-6 отсутствуют в пределах угла поля зрения около 90° , в то время как у объектива Wide Angle Xpres Special зональные отступления кривизны поверхности изображения достигают величины 2-х мм при угле поля зрения около 50° . В отношении дисторсии объектив Лиар-6 несколько уступает объективу Wide Angle Xpres Special; однако дисторсия объектива Лиар-6 еще вполне приемлема для аэросъемочных целей. Схема объектива Лиар-6 приведена на черт. 112.



Черт. 112. Лиар = 6 1:5.4
 $2\beta = 100^\circ$ $F = 100$.

ДОПОЛНЕНИЯ К ГЛАВАМ VII и VIII

1. Аэрофотообъективы для съемок в инфра-красной части спектра.

Во многих случаях съемки, например при съемках на далекие расстояния, съемках в ухудшенных условиях видимости (наличие сильной дымки), удовлетворительный результат съемки может быть получен лишь при работе в инфра-красной (или вообще в более или менее длинноволновой) части спектра, при светофильтре, почти совсем отрезающем весь видимый спектр.

Сообразно с этим для аэрофотообъективов, применяемых в подобного рода условиях, предъявляется ряд специфических требований. Главнейшими из этих требований являются:

1. Достаточно хорошая коррекция объектива для заданного участка спектра (обычно в пределах $\lambda = 736 \mu$ до $\lambda = 1000 \mu$).

2. Достаточно высокая светосила, необходимая вследствие значительного понижения количества энергии световых пучков, создающих изображение, обусловливаемого задержкой светофильтром всей энергии, несомой лучами видимой части спектра.

3. Более или менее большой масштаб изображения, так как главным назначением подобного рода съемок является дешифрирование снимаемых объектов; измерительные задачи при таких съемках совершенно отсутствуют.

4. Возможность использования того же самого объектива и при обыкновенных съемках в видимой части спектра.

Удовлетворение условий 1 и 4 при сохранении постоянной наводки объектива приводит к необходимости апохроматизации объектива на инфра-красную часть спектра при сохранении обыкновенной ахроматизации в видимой части; разрешение этой задачи

представляет очень большие трудности в виду исправления очень широкого участка спектра (от 434,1 — линии g' до 1000 — 1200 μ).

В силу этого для облегчения поставленной задачи прибегают к допущению самостоятельной наводки объектива в инфра-красной части спектра, что позволяет избежать необходимость апохроматизации объектива и тем самым значительно облегчить условия коррекции.

Требования высокой светосилы и большого масштаба изображения ограничивают возможности развития поля зрения на 30—40°; относительное отверстие и фокусное расстояние таких объективов ограничивается максимальным диаметром линз порядка 100—120 мм, что позволяет варьировать фокусным расстоянием в пределах от 250—500 мм и относительным отверстием от 1:4,5 до 1:3,0.

Наиболее подходящими для съемок в инфра-красной части спектра являются тройные астигматы, в частности объективы типа Триплет; однако для той же цели в некоторых случаях могут применяться и другие типы объективов, например объективы типа Тессар.

2. Некоторые общие элементы анализа различных типов фотообъективов на основании формул Зейделя.

Нами уже указывалось ранее (дополнения к главам V и VI), что формулы Зейделя не дают нам возможности точного определения величин аберраций рассматриваемой оптической системы; однако в очень многих случаях формулы Зейделя дают возможность установить характер изменения аберраций системы при изменении тех или иных параметров, ее определяющих; именно в этом и заключается практическая ценность формул Зейделя, так как в большинстве случаев зависимости, намеченные формулами Зейделя, удается проследить и для аберраций действительных лучей, внося, конечно, необходимые для этой цели поправки.

Сделаем некоторые предварительные преобразования зейделевских формул для системы тонких линз в воздухе. Для тонкой линзы $d_s = 0$, ограниченной поверхностями s и $s+1$, имеем

$$h_{s+1} = h_s; \quad (1)$$

так как d_s предполагается равным нулю и

$$\sum_s^{s+1} h_s U_s = h_s (U_s + U_{s+1}) \quad (2)$$

или, помня, что $v_s = v_{s+2} = 1$ (n_s и n_{s+2} — воздух) на основании дополнений к главам V и VI (15)

и

$$U_s = \frac{\alpha_{s+1} - \alpha_s}{v_{s+1} - 1} \cdot \frac{1 - v_{s+1}}{\mu_{s+1}} = - \frac{\alpha_{s+1} - \alpha_s}{\mu_{s+1}}, \quad (3)$$

$$U_{s+1} = \frac{\alpha_{s+2} - \alpha_{s+1}}{1 - v_{s+1}} \cdot \frac{1 - v_{s+1}}{\mu_{s+1}} = - \frac{\alpha_{s+2} - \alpha_{s+1}}{\mu_{s+1}}, \quad (4)$$

для суммы U_s и U_{s+1} получаем

$$\sum_s^{s+1} h_s U_s = -h_s \frac{\alpha_{s+2} - \alpha_s}{\nu_{s+1}} = -\frac{\varphi_s}{\nu_{s+1}} h_s^2, \quad (5)$$

имея в виду (31) § 4 главы I и помня, что для линзы, находящейся в воздухе, $f = -f'$. Таким образом первое условие ахроматизации для системы тонких линз в воздухе может быть представлено ²

$$\sum_{s=1}^{s=m} h_s U_s = -\sum_{k=1}^{k=\frac{m}{2}} h_k^2 \frac{\varphi_k}{\nu_k} = 0, \quad (6)$$

где величина k представляет из себя номер линзы.

Важно отметить, что хроматизм системы тонких линз совершенно не зависит от прогибов отдельных линз, так как параметр α_{s+1} , определяющий собою прогиб каждой отдельной линзы, выпадает из наших формул автоматически. Нетрудно свести к рассмотренному уже случаю и случай системы, содержащей тонкие склеенные линзы; действительно, склеенной линзе вполне эквивалентны две соприкасающиеся тонкие линзы, находящиеся в воздухе, с одинаковыми радиусами соприкасающихся поверхностей; условие же равенства радиусов соприкасающихся поверхностей всегда можно удовлетворить, изменяя прогиб какой-либо из соприкасающихся линз, что, как уже указывалось, совершенно не влияет на хроматизм рассматриваемой системы.

Таким образом мы показали, что тонкие склеенные линзы представляют из себя не что иное как частный случай системы тонких соприкасающихся линз, расположенных в воздухе; это позволяет нам при рассмотрении хроматизма (а также и условия Petzval'я) иметь дело лишь с системой тонких линз, всегда находящихся в воздухе.

Перейдем к рассмотрению условия Petzval'я $D-C$ также для системы тонких линз, расположенных в воздухе. Имеем для одной линзы [дополнение к главам V и VI (6)]:

$$\sum_s^{s+1} \frac{\nu_s \alpha_{s+1} - \nu_{s+1} \alpha_s}{h_s} = \frac{\alpha_{s+1} - \nu_{s+1} \alpha_s + \nu_{s+1} \alpha_{s+2} - \alpha_{s+1}}{h_s} = \frac{\varphi_s}{n_{s+1}}. \quad (7)$$

Формула (7) указывает нам, что условие Petzval'я также не зависит от величины прогиба линзы вследствие выпадения α_{s+1} ; это обстоятельство сейчас же позволяет распространить наши выводы и на тонкие склеенные линзы, совершенно аналогично предыдущему случаю хроматизма; таким образом вообще для системы тонких линз можно написать условие Petzval'я:

$$D - C = \frac{1}{2} \sum_{s=1}^{s=m} \frac{\nu_s \alpha_{s+1} - \alpha_s \nu_{s+1}}{h_s} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{k=\frac{m}{2}} \frac{\varphi_k}{n_k} = 0. \quad (8)$$

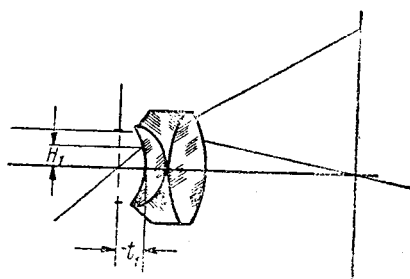
Рассмотрим теперь случай системы из 2-х тонких соприкасающихся или склеенных линз. В этом случае все $h_s = h_1 = \text{const}$, и поэтому условия (6) и (8) приводят нас к следующему:

$$\frac{\varphi_1}{\mu_1} + \frac{\varphi_2}{\mu_2} = 0; \quad \frac{\varphi_1}{n_1} + \frac{\varphi_2}{n_2} = 0. \quad (9)$$

Исключая из соотношений (9) величины φ_1 и φ_2 , находим

$$\frac{n_2}{\mu_2} = \frac{n_1}{\mu_1} \quad (10)$$

для обыкновенных кронов и флинтов, или, как говорят, для старых сортов стекла с увеличением n имеет место уменьшение μ ; поэтому ахроматизированная система 2-х линз, построенная из старых сортов стекла, или, как говорят, старый ахромат, не может удовлетворять условию (10), для выполнения которого необходимо, чтобы флинт (стекло с меньшим μ) имело коэффициент преломления меньший, нежели крон (стекло с большим μ); такого рода стекла называются легкими флинтами и тяжелыми кронами или вообще новыми



Черт. 113

стеклами, и ахроматизированная система из 2-х линз, построенная из них, носит название нового ахромата. Появление новых сортов стекла имело место в 1886 г. и явилось результатом работ О. Schott'a (основателя завода Schott по выработке оптического стекла в Иене) и проф. Аббе, и имело своей целью дать возможность постройки фотообъективов анастигматов. Появление новых сортов оптического стекла сейчас же вызвало появление фотообъективов склеенных двойных анастигматов, коррегированных на все aberrации и состоявших из 2-х тонких склеенных компонентов, расположенных симметрично относительно диафрагмы и обычно одинаковых друг с другом.

Займемся рассмотрением коррекции такого склеенного компонента отдельно (Черт. 113). Для исправления сферической aberrации путем прогиба всего компонента обычно прибегают к составлению склеенного компонента из 3-х линз, с таким расчетом, чтобы коэффициент преломления одного из кронов был меньше коэффициента преломления легкого флинта компонента; 3-е стекло является тяжелым кронем. Силы линз выбирают, удовлетворяя условиям (6) и (8), причем в условие (8) приходится вводить некоторые поправки.

Условие уничтожения астигматизма приводит нас, на основании (5) дополнений к главам V и VI и условия уничтожения сферической aberrации $B=0$, к следующему, помня, что все $h_s = h_1 = \text{const}$ и все $S_s = 0$,

$$C=0 = \frac{1}{2h_1} + \frac{H_1}{h_1} \cdot 2K. \quad (11)$$

Для удовлетворения условия (11) необходимо, чтобы величины H_1 и K были не равны нулю, так как в противном случае коэффициент C делается постоянным; неравенство K нулю приводит нас

к неисправлению комы¹; неравенство нулю H_1 сводится к несовпадению зрачка входа (диафрагмы) с самим компонентом.

Располагая второй компонент, и тождественный первому, симметрично относительно диафрагмы и помещая предмет на таком же расстоянии от переднего компонента, на каком отстояло изображение от заднего компонента, мы получаем симметричный двойной анастигмат с симметричным расположением предмета и изображения и с симметричным ходом всех лучей относительно точки пересечения плоскости диафрагмы с осью; при этом автоматически устраняются все асимметрические aberrации (второе условие хроматизма, кома и дисторсия), что подтверждается в области Зейделя равенством коэффициентов F , K и E нулю, что нетрудно проследить по формулам (4), (7) и (13) дополнений к V и VI главам. При перенесении на бесконечность предмета относительно такого полностью скорректированного объектива — двойного анастигмата, симметрия хода лучей относительно бленды несколько нарушается; это отражается несколько на исправлении комы; нарушение же коррекции дисторсии, астигматизма и второго условия хроматизма связано с исправлением aberrации в зрачках и при отсутствии последней не происходит². Появляющаяся кома при небольших относительных отверстиях, порядка 1:7,7—1:6,8 не выходит из допустимых величин; полное же исправление комы при положении предмета на бесконечности обычно легко достигается пропорциональным изменением всех линейных элементов одного компонента по отношению к другому. Все проделанные нами сейчас рассуждения полностью соответствуют и случаю несклеенного двойного анастигмата, воздушные промежутки между отдельными линзами каждого из компонентов которого невелики. Следует отметить, что в таких несклеенных компонентах сферическая aberrация легко уничтожается прогибами линз при любых константах стекол компонента.

Обращаясь снова к выражениям (6) и (8), мы видим, что, вообще говоря, удовлетворение обоим условиям возможно и при старых сортах стекла, за счет введения больших воздушных промежутков. Действительно, для системы из 2-х таких линз, разделенных воздушным промежутком, находим

$$h_1^2 \frac{\varphi_1}{\mu_1} + h_2^2 \frac{\varphi_2}{\mu_2} = 0; \quad \frac{\varphi_1}{n_1} + \frac{\varphi_2}{n_2} = 0, \quad (12)$$

откуда

$$h_2^2 \frac{n_2}{\mu_2} = h_1^2 \frac{n_1}{\mu_1}. \quad (13)$$

Задавая в (13) сорта стекла и $h_1 = \text{const}$, мы можем определить величину h_2 ; пользуясь затем соотношениями (74), (75) и (76) § 6 главы II

¹ В очень многих случаях кома отдельного компонента при сильном диафрагмировании не выходит из допустимых величин; объективы, обладающие такими компонентами, называются Satz-anastigmat'ами.

² О роли aberrации в зрачках см. дополнения к главам IX, X, XI; для получения небольшой aberrации в зрачках выгодно иметь систему, возможно более короткую, т. е. с возможно малым H_1 , что приводит к наличию большой комы в отдельных половинках.

$$\varphi = \varphi_1 + \frac{h_2}{h_1} \varphi_2; \quad \frac{h_2}{h_1} = 1 - \varphi_1 d, \quad (14)$$

мы всегда можем, при заданном φ и $d > 0$ определить величины φ_1 и φ_2 ; таким образом получаем

$$\varphi_1 = \frac{1 - \sqrt{\frac{\mu_2 n_1}{\mu_1 n_2}}}{d}; \quad \varphi_2 = (\varphi - \varphi_1) \sqrt{\frac{\mu_1 n_2}{\mu_2 n_1}}. \quad (15)$$

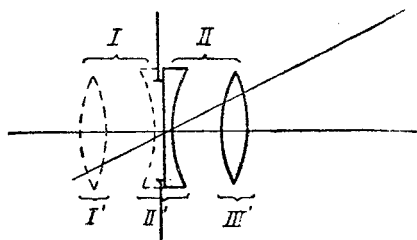
Величины μ и n всегда положительны; поэтому формулы (15) всегда дают нам действительные и осуществимые решения за исключением случаев $d \leq 0$. Рассматривая далее такого рода систему как один из компонентов некоторого двойного анастигмата, мы легко можем убедиться в возможности исправления сферической аберрации данного компонента прогибом одной из линз, при заданном (конечно в известных пределах) прогибе другой линзы (не нарушая, как и в предшествующем случае, исправления хроматизма и условия Петцвалья), который может быть использован, например для исправления астигматизма¹. Нетрудно видеть, что при этом у нас остаются неиспользованными еще два параметра — величина воздушного промежутка d и переднего отрезка t_1 до зрачка входа компонента; эти параметры могут быть использованы например для исправления зональных аберраций, аберрации в зрачках и т. п.; исправление комы всего объектива, как и ранее, может достигаться пропорциональным изменением линейных размеров обоих компонентов; исправление дисторсии — некоторыми нарушениями этой пропорциональности обоих компонентов.

Формулы (15) показывают нам на существование двух областей решения нашей задачи, сообразно со значением величины $\frac{\mu_2 n_1}{\mu_1 n_2} = Q$; в случае, если $Q > 1$, $\varphi_1 < 0$, что соответствует случаю объектива, обращенного положительными линзами обоих компонентов наружу — тип объектива, очень широко распространенный, например объективы типа Догмар, Целор и др.; случай $Q < 1$ соответствует объективу, обращенному отрицательными линзами обоих компонентов наружу; переход от одной ветви к другой определяется взаимной перестановкой сортов стекла в линзах обоих компонентов.

Несколько усложненному случаю $Q < 1$ соответствуют объективы типа Плазмат (Mess Flieger Objektiv, Ortometar), отчасти приближающиеся к типу двойного склеенного анастигмата с тонкими компонентами из 3-х стекол, а также и объектив Лиар-б, приближающийся к тройным анастигматам с обратным расположением стекол. Случаю $Q = 1$ при конечных значениях φ_1 соответствует $d = 0$, т. е. случай тонкого компонента, рассмотренный нами уже самостоятельно. Задавая при исправлении компонента с конечным междулинзовым воздушным промежутком свободный параметр $t_1 = 0$ (черт. 114), мы при составлении объектива из обоих компонентов (I и II) будем иметь соприкосновение внутренних линз;

¹ Что не противоречит условно $C = 0$, так как в этом случае вследствие $d \neq 0$ величины S делаются не равными нулю, а также и $h_2 \neq h_1$; в случае $t_1 = 0$ ($H_1 = 0$) исправление астигматизма, невозможное при тонкой системе, также остается возможным.

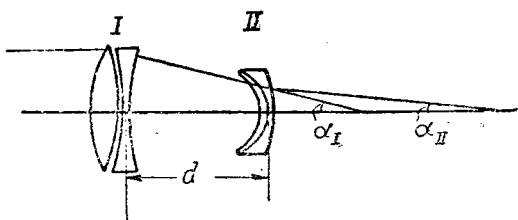
объединяя обе соприкасающиеся линзы друг с другом, мы можем уже рассматривать такого рода объектив состоящим из 3-х компонентов *I*, *II* и *III*, т. е. как объектив тройной анастигмат. Анализ тройного анастигмата удобнее производить сразу в общем виде, так как обычно в целях достижения хорошей коррекции тройные анастигматы очень сильно уклоняются от симметрии, в виду значительного уменьшения числа параметров. Подробный разбор тройного анастигмата мы не будем производить, так как это завело бы нас слишком далеко; мы ограничимся здесь лишь указанием на наличие 2-х областей



Черт. 114

существования (аналогично предыдущему) тройных анастигматов с положительными (объективы типа Триплет, Тессар и т. д.) и отрицательными (Лиар-6) наружными компонентами.

Телеобъектив (черт. 115). Телеобъектив (как это уже имело место в § 26 главы VII) можно рассматривать как систему, построенную из 2-х тонких, положительного *I* и отрицательного *II*, компонентов, разделенных большим воздушным промежутком *d*. Обозначая все суммы, относящиеся к *I* компоненту, индексом *I*, а суммы, относящиеся ко второму компоненту, индексом *II*, мы,



Черт. 115

помня, что вследствие равенства всех толщин линз и воздушных промежутков нулю будем иметь все высоты h_I первого компонента равными $h_1 = 1$, все высоты h_{II} второго компонента равными h_m , все S_I первого компонента равными нулю, для всех S_{II} второго компонента находим

$$S_{II} = \frac{d}{h_{II}} = \frac{d}{h_m}. \quad (16)$$

Для удовлетворения обоих условий ахроматизации получаем, на основании (12) и (13) дополнений к главам V и VI

$$2L = 0 = h_I \Sigma_I U + h_{II} \Sigma_{II} U \quad (17)$$

и

$$2F = 0 = d \Sigma_{II} U, \quad (18)$$

откуда сейчас же вытекает

$$\Sigma_I U = 0. \quad (19)$$

Таким образом ахроматизация телеобъектива сводится к ахроматизации его компонентов в отдельности. Предположим, что в линзах обоих компонентов участвуют одни и те же сорта стекла; нетрудно проследить [на основании (6) этих дополнений], что

в случае, если каждый компонент составлен из 2-х линз и силы φ_1 и φ_2 обоих компонентов равны по величине, но обратны по знаку друг другу, то то же самое будет иметь место и для сил составляющих линз, построенных из одного и того же сорта стекла, что автоматически будет удовлетворять условию Petzval'я [(8) этих дополнений] для всего телеобъектива, на что нами указывалось уже ранее (глава VII, § 26). Исправление комы, сферической аберрации и астигматизма имеет место при соблюдении

$$\Sigma_I W = \Sigma_{II} W = \Sigma_I P = \Sigma_{II} P = 0, \quad (20)$$

что на основании (3) и (4) дополнений к главам V и VI для сферической аберрации и комы дает нам, помня (16),

$$B = \frac{1}{2} \sum_{s=1}^{s=m} h_s P_s = \frac{1}{2} [h_1 \Sigma_I P + h_m \Sigma_{II} P] = 0, \quad (21)$$

$$K = \frac{H_1}{I h_1} B - \frac{1}{2} \Sigma_I W - \frac{1}{2} \Sigma_{II} W + \frac{1}{2} d \Sigma_{II} P = 0. \quad (22)$$

Коэффициент C дает нам, называя через α_I — угол луча с осью после I и через α_{II} — после II компонента,

$$C = \frac{1}{2} \sum_{s=1}^{s=m} \frac{v_{s+1} \alpha_{s+1} - v_s \alpha_s}{h_s} - S_{II} \Sigma_{II} W + \frac{h_{II}}{2} S_{II}^2 \Sigma_{II} P + \\ + \frac{H_1}{I h_1} \left\{ 2K - \frac{H_1}{I h_1} B \right\} = \frac{1}{2} \left[\frac{\alpha_I}{h_I} + \frac{\alpha_{II} - \alpha_I}{h_{II}} \right] = \frac{1}{2} (\varphi_1 + \varphi_2) = 0 \quad (23)$$

в случае, если $\varphi_1 = -\varphi_2$. Следует отметить, что рассмотренные нами общепринятые условия коррекции телеобъектива приводят к невозможности удовлетворения $E=0$, т. е. к невозможности исправления дисторсии.

В заключение еще раз заметим, что проделанный нами разбор некоторых общих типов фотообъективов имел своей задачей лишь объяснение существующих конструкций; возможностей практической разработки или расчета проделанные рассуждения еще не дают.

Дисторзирующая оптика

Одним из способов увеличения поля зрения для однообъективной оптики является отступление от условия ортоскопии (т. е. неискаженного изображения), за счет чего могут быть облегчены условия работы оптики, главным образом в отношении распределения освещенности, а также и в отношении достижения достаточного высокого качества изображения.

Искаженное изображение, даваемое дисторзирующей оптикой, подлежит в дальнейшем развертыванию (ортотрансформации) в неискаженное изображение, аналогично развертыванию перспективных снимков. Таким образом, облегчение условий работы съемоч-

ной оптики покупается за счет введения в процесс обработки дополнительного процесса развертывания снимков, усложняющего камеральную обработку.

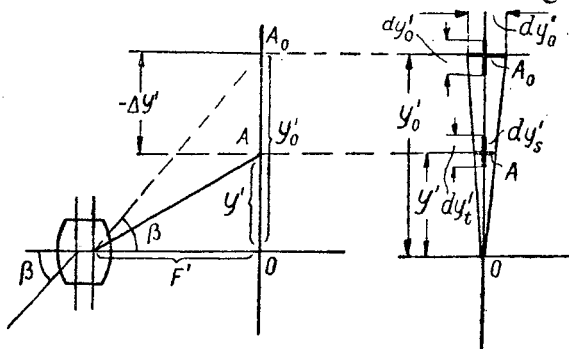
Ознакомимся более подробно с некоторыми свойствами изображения, искаженного вследствие дисторсии (черт. 116). Под дисторсией понимают, как известно, разность между действительной величиной искаженного отрезка y' от оси системы и его величиной y'_0 , которая бы имела место в случае отсутствия искажения. Таким образом абсолютная дисторсия $\Delta y'$ будет

$$\Delta y' = y' - y'_0. \quad (24)$$

Величина дисторсии $\Delta y'$ является некоторой функцией величины y'_0 ; вследствие этого и величина y' также будет некоторой функцией от y'_0 . Обозначим эту функцию через

$$y' = f(y'_0). \quad (25)$$

Обратим внимание на искажение линейных размеров некоторого элемента, лежащего на точке А. Пусть линейные размеры неискаженного элемента в меридиональном (в радиальном направлении от центра изображения O) и в сагиттальном (перпендикулярно радиальному направлению)



Черт. 116

направлении будут dy'_0 ; тогда меридиональное протяжение dy'_t искаженного элемента выразится

$$dy'_t = f'(y'_0) dy'_0, \quad (26)$$

сагиттальное же протяжение искаженного элемента dy'_s определится из чертежа по следующему соотношению

$$\frac{dy'_0}{y'_0} = \frac{dy'_s}{y'} = \frac{dy'_s}{f(y'_0)}, \quad (27)$$

откуда находим dy'_s

$$dy'_s = \frac{f(y'_0)}{y'_0} dy'_0. \quad (28)$$

Площадь ds' искаженного элемента будет равна произведению обоих линейных протяжений, равно как и площадь неискаженного элемента ds'_0 . Поэтому, помня (26) и (28), находим

$$ds' = dy'_t dy'_s = \frac{f(y'_0)}{y'_0} f'(y'_0) dy'_0{}^2 = \frac{f(y'_0)}{y'_0} f'(y'_0) ds'_0. \quad (29)$$

Перейдем к вопросу распределения освещенности. Обращаясь к § II главы IV, мы имеем следующее выражение для количества света, входящего в систему [формула (106) § 11]

$$dL = g \frac{D}{\xi_0^2} ds \cos^4 \beta, \quad (30)$$

при чём под величиною D условимся понимать площадь зрачка перпендикулярно оси системы для нашего наклонного пучка, предполагая, что эта величина D есть некоторая функция от угла наклона пучка к оси или, что то же, что D есть некоторая функция от величины неискаженного изображения y_0' . Для осевого потока мы имели формулу (107) § 11

$$dL_0 = g \frac{D_0}{\xi_0^2} ds_0 \quad (31)$$

и для отношения освещенностей E и E_0 формулу (110)

$$\frac{E}{E_0} = \frac{dL}{dL_0} \frac{ds}{ds_0}. \quad (32)$$

Пользуясь (29), (30), (31) и (32), находим, помня что $ds = ds_0'$,

$$\frac{E}{E_0} = \frac{D}{D_0} \cos^4 \beta \frac{y_0'}{f'(y_0')f(y_0')}. \quad (33)$$

Обозначая закон распределения освещенности $\frac{H'}{H}$ через $\Phi(y_0')$, закон виньетирования $\frac{D}{D_0}$ через $F(y_0')$ и $\cos^4 \beta$ как некоторую функцию $\varphi(y_0')$, имея в виду, что $y_0' = F' \operatorname{tg} \beta$,

$$\cos^4 \beta = \cos^4 [\operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{y_0'}{F'}] = \varphi(y_0'), \quad (34)$$

(33) можно представить

$$\Phi(y_0') = \frac{F(y_0') \varphi(y_0')}{f'(y_0')f(y_0')} y_0' \quad (35)$$

или

$$f'(y_0') df(y_0') = \frac{F(y_0') \varphi(y_0')}{\Phi(y_0')} y_0' dy_0'. \quad (36)$$

Интегрируя полученное дифференциальное уравнение, находим

$$f(y_0') = \sqrt{2 \int \frac{F(y_0') \varphi(y_0')}{\Phi(y_0')} y_0' dy_0'}. \quad (37)$$

Выражение (37) в самом общем виде указывает нам на связь между дисторсией, виньетированием, распределением освещенности и законом Ламберта.

В случае, если виньетирование отсутствует $F(y_0') = \frac{D}{D_0} = 1 \operatorname{const}$ и мы хотим получить равномерное распределение освещенности $\Phi(y_0') = \frac{E}{E_0} = 1 = \operatorname{const}$, формула (37) дает нам

$$\begin{aligned} f(y_0') &= \sqrt{2 \int \cos^4 \beta F' \operatorname{tg} \beta d(F' \operatorname{tg} \beta)} = F' \sqrt{2 \int \cos \beta \sin \beta d\beta} = \\ &= F' \sqrt{\sin^2 \beta + C}, \end{aligned} \quad (38)$$

где постоянная интегрирования C определяется из условия $f(0) = 0$, откуда следует, что $C = 0$. Таким образом для $f(y_0')$ получаем

$$y' = f(y_0') = F' \sin \beta. \quad (39)$$

Определим элементарные увеличения V_s и V_t , необходимые при разворачивании дисторзированного изображения в неискаженное в масштабе центральной части изображения. В этом случае увеличения соответственно будут

$$V_t = \frac{dy_0'}{dy_t'} = \frac{1}{f'(y_0')}; \quad V_s = \frac{dy_0'}{dy_s'} = \frac{y_0'}{f(y_0')}. \quad (40)$$

Как пример определим увеличения V_t и V_s в случае, если искаженное изображение y' определяется формулой (39), тогда

$$V_t = \frac{dy_0'}{dy_t'} = \frac{d(F \operatorname{tg} \beta)}{d(F \sin \beta)} = \frac{1}{\cos^2 \beta}; \quad V_s = \frac{F \operatorname{tg} \beta}{F \sin \beta} = \frac{1}{\cos \beta}. \quad (41)$$

Численно, если $2\beta = 120^\circ$, находим

$$V_t = \frac{1}{\cos^2 60^\circ} = 4; \quad V_s = \frac{1}{\cos 60^\circ} = 2.$$

Полагая допустимое увеличение, определяемое качеством дисторзированного изображения и разрешающей способностью эмульсии, равным V_{\max} , получаем для сохранения резкости развернутого изображения следующее условие

$$V_t \leq V_{\max}; \quad V_s \leq V_{\max}, \quad (42)$$

при чем V , являясь функцией качества изображения, в свою очередь является некоторой функцией от y_0' . Формулы (34), (37), (40) и (42) определяют собою связь между всеми основными параметрами системы, позволяя тем самым установить зависимость между свойствами изображения и полем зрения (выраженным в неявной форме через величину y_0' , так как $y_0' = F' \operatorname{tg} \beta$).

Основными достоинствами дисторзирующей оптики следует считать: 1) возможность получения хорошего распределения освещенности; 2) упрощение конструкции и процессов фотограммобработки по сравнению с многообъективными камерами.

Главными же недостатками дисторзирующей оптики являются следующие: 1) понижение качества изображения по краям развертки; 2) усложнение процесса фотограммобработки за счет введения процесса разворачивания по сравнению с ортоскопической широкоугольной оптикой (дающей неискаженное изображение).

ГЛАВА IX

ТРАНСФОРМИРУЮЩАЯ ОПТИКА

§ 33. Приложение теории солинейного сродства к задаче трансформации

Ось объектива аэрокамеры в момент экспозиции не является, как известно, вполне вертикальной; в силу этого аэроснимки, получаемые в процессе съемки, вообще говоря, получают перспективными, т. е. имеются так называемые искажения за угол крена и на-

клона, вследствие чего составление плана непосредственно по аэроснимкам (контактам с аэрофильма) возможно лишь в тех случаях, когда от плана не требуется высокой точности (фотосхема).

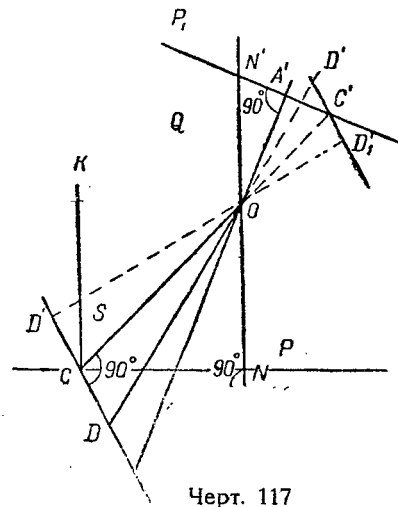
Для составления же точного плана искажения аэроснимка за углы крена и наклона должны быть исправлены. Аэроснимки должны быть строго подобны снимаемой местности и иметь одинаковый (общий для всех аэроснимков), вполне определенный масштаб, т. е., как говорят, должны быть трансформированы.

Кроме того в процессе съемки иногда встречается необходимость иметь направление оси объектива отклоненным от вертикали, как например в многообъективных аэрокамерах, т. е. точно так же получать перспективные аэроснимки, которые затем должны быть подобным же образом преобразованы.

Вникая в сущность рассматриваемых нами процессов получения перспективного изображения и последующего его преобразования в трансформированное изображение, нетрудно прийти к следующим выводам (предполагая, что как в съемочном, так и в трансформирующем объективах искажения изображения вследствие дисторсии отсутствуют):

1. Каждой точке плоской местности соответствует одна и только одна точка на снимке и на трансформированном изображении.

2. Каждой прямой на плоской местности соответствует одна и только одна прямая на перспективном снимке и на трансформированном изображении.



3. На местности, аэроснимке и трансформированном изображении имеются соответствующие друг другу прямые, являющиеся осями симметрии.

4. Трансформированное изображение строго подобно местности (по условию).

Нетрудно видеть, что первые два положения очевидны, последнее положение является заданным, третье же положение не является вполне очевидным и требует некоторых рассуждений.

Перейдем к доказательству. Предположим (черт. 117), что мы имели некоторую плоскость местности P , плоскость снимка P' (расположенную как угодно) и положение объектива в точке O . Ось объектива (перпендикулярна плоскости P' снимка) представляется прямой AOA' . Опустим из точки O перпендикуляр на плоскость местности P NON' (вертикаль) и проведем через прямые AOA' и NON' некоторую плоскость Q (плоскость главной вертикали), которая будет перпендикулярна как плоскости P , так и плоскости P' (как проходящая через перпендикуляры).

Линиями пересечения плоскости Q с плоскостями P и P' соответственно будут линии NA и $N'A'$. Рассмотрим две точки D и D_1 ,

симметрично расположенные относительно прямой AN . Имеем вследствие симметрии

$$DD_1 \perp AN. \quad (281)$$

Восстанавливая из точки C пересечения линии DD_1 с линией AN перпендикуляр CK к плоскости P (лежащей в плоскости Q), находим

$$DD_1 \perp CK \quad (282)$$

и, так как AN и CK принадлежат плоскости Q ,

$$DD_1 \perp \text{пл. } Q. \quad (283)$$

Проведя через линию DD_1 и точку O плоскость S , находим на основании (283)

$$\text{пл. } S \perp \text{пл. } Q. \quad (284)$$

Так как плоскость P' перпендикулярна плоскости Q , то линия пересечения $D'D_1'$ пересечения плоскостей S и P' будет перпендикулярна плоскости Q , т. е.

$$D'D_1' \perp \text{пл. } Q, \quad (285)$$

откуда следует

$$D'D_1' \perp A'N' \text{ и } D'D_1' \perp C'O. \quad (286)$$

Кроме того

$$DD_1 \perp C'O. \quad (287)$$

Из подобия Δ -ов DCO и $D'C'O$ и Δ -ов D_1CO и $D_1'CO$ следует

$$\frac{D'C'}{DC} = \frac{O.C'}{OC} = \frac{C'D_1'}{CD_1}. \quad (288)$$

Вследствие симметрии точек DD_1 относительно AN следует

$$DC = CD_1, \quad (289)$$

откуда на основании (288)

$$D'C' = D'D_1'. \quad (290)$$

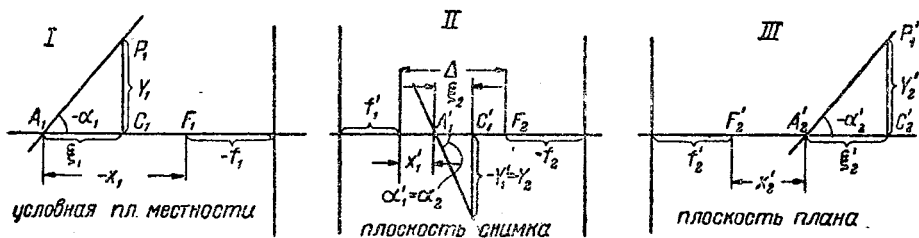
Что вместе с (286) является условием симметрии точек D' и D_1' относительно $N'A'$, откуда вытекает, что линии AN и $N'A'$ пересечения плоскости Q с плоскостями P и P' являются осями симметрии, так как точки D и D_1 были выбраны нами совершенно произвольно. Наличие оси симметрии на плоскости трансформированного изображения, соответствующей оси симметрии на аэроснимке, легко установить, основываясь на условии подобия трансформированного изображения снимаемой местности.

Убедившись таким образом в справедливости наших основных положений, мы видим, что эти положения полностью соответствуют исходным положениям теории солинейного сродства, с той лишь разницей, что мы рассматриваем не пространства, а плоскости, соответствующие в теории солинейного сродства меридиональным плоскостям (глава I, § 1).

В силу этого все законы теории солинейного сродства могут быть полностью применимы к разбору вопросов трансформации уже в готовом виде, аналогично тому, как это было проделано нами при переходе к оптике Гаусса (глава II, § 5).

Такого рода приложение теории солинейного сродства к вопросам теории трансформации впервые было проделано Чуриловским В. Н. в его работе „Теория оптической трансформации воздушных снимков для целей картографии“ (Труды Лнгр. отд. по аэросъемке Гос. научно-исслед. института геодезии и картографии, вып. VII, 1931 г.).

Перейдем к выводу основных формул (черт. 118).



Черт. 118

Из условия подобия плана (трансформированного изображения) и местности следует

$$\frac{A_2' P_2'}{A_1 P_1} = \frac{\xi_2'}{\xi_1} = \frac{y_2'}{y_1} = M = \text{const} = Q = V, \quad (291)$$

независимо от расположения точек A_1 , C_1 и P_1 на плоскости местности относительно постоянной точки F_1 . Далее из (291) находим

$$\alpha_1 = \frac{y_1}{\xi_1} = \frac{y_2'}{\xi_2'} = \alpha_2', \quad (292)$$

откуда

$$\frac{\alpha_2'}{\alpha_1} = W = 1 = \text{const}. \quad (293)$$

Формулы (291) и (293) показывают нам, что оба преобразования изображения (в процессе съемки и в процессе трансформации) должны соответствовать телескопической системе (глава I, § 4). Пользуясь соотношениями, установленными нами для телескопической системы, находим, пользуясь (40), (41), (45) и (47) § 4,

$$V = M = \frac{f_2}{f_1'}, \quad (294)$$

угловое увеличение

$$W = 1 = \frac{f_1}{f_2'}, \quad (295)$$

откуда следует

$$f_2' = f_1 \quad (296)$$

и продольное увеличение

$$Q = M = -\frac{f_2 f_2'}{f_1' f_1} = -\frac{f_2}{f_1'} \quad (297)$$

Кроме того

$$\Delta = 0, \quad (298)$$

т. е. задний фокус F_1' первой системы преобразования и передний фокус F_2 второй системы должны совпасть друг с другом. Следует особо отметить, что точки F_1, F_1', F_2 и F_2' представляют из себя (как и ранее) точки, сопряженные соответственным точкам на оси системы, удаленным в бесконечность, линии же H_1, H_1', H_2 и H_2' (аналогично главным плоскостям) характеризуются равенством линейного увеличения единице.

Займемся рассмотрением некоторой точки P_1 , имеющей относительно точки A_1 на оси в плоскости местности координаты ξ_1 и y_1 . Изображением этой точки P_1 на плоскости снимка будет некоторая точка P_1' , имеющая относительно точки A_1' (являющейся изображением точки A_1) координаты ξ_1' и y_1' .

На основании формул для продольного и линейного увеличения [§ 2 (20), § 2 (7)] имеем:

$$\xi_1' = Q_1 \xi_1 = -\frac{f_1 f_1'}{x_1 (x_1 + \xi_1)} \xi_1 \quad (299)$$

$$y_1' = V_1 y_1 = -\frac{f_1}{x_1 + \xi_1} y_1, \quad (300)$$

где x_1 есть расстояние точки A_1 от точки F_1 . Совершенно аналогично для второй системы можем написать:

$$\xi_2' = Q_2 \xi_2 = -\frac{f_2 f_2'}{x_2 (x_2 + \xi_2)} \xi_2 \quad (301)$$

$$y_2' = V_2 y_2 = -\frac{f_2}{x_2 + \xi_2} y_2. \quad (302)$$

Имея в виду, что в случае $\Delta = 0$ (298) $x_2 = x_1'$ и из чертежа $\xi_2 = \xi_1'$, и основываясь на (291), (294) и (296), (301) и (302) можем преобразовать

$$\xi_1 = \frac{\xi_2'}{M} = -\frac{f_1'}{f_2} \frac{f_2 f_2'}{x_1' (x_1' + \xi_1')} \xi_1' = -x_1' \frac{f_1 f_1'}{(x_1' + \xi_1')} \xi_1' \quad (303)$$

и

$$y_1 = \frac{y_2'}{M} = -\frac{f_1'}{f_2} \cdot \frac{f_2}{(x_1' + \xi_1')} y_1' = -\frac{f_1'}{x_1' + \xi_1'} y_1', \quad (304)$$

при чем величины x_1, x_1', f и f' связаны между собою, как и ранее, формулой Ньютона [§ 2(8)]

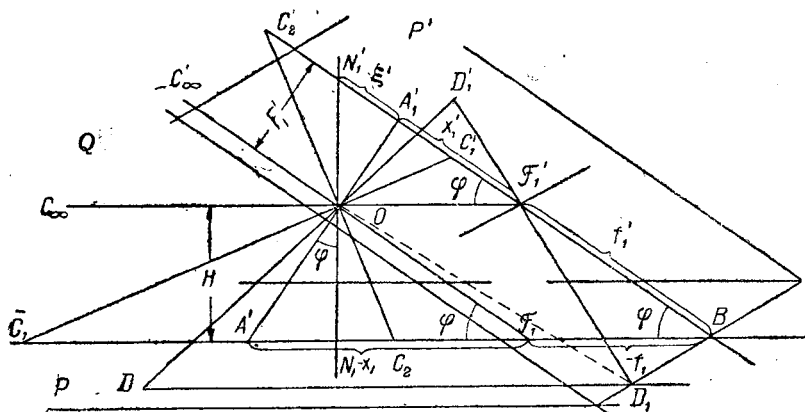
$$x x' = f f'. \quad (305)$$

Формулы (299) — (304) указывают нам как прямую, так и обратную связь преобразований координат некоторой произвольной точки P_1 и ее изображений P_1' и P_2' относительно произвольной точки A_1 и ее соответственных изображений A_1' и A_2' на оси.

Перейдем к определению величин f_1, f_1', f_2 и f_2' (черт. 119):

P — плоскость местности, P' — плоскость снимка, Q — плоскость главной вертикали, O — положение объектива, F_1' — фокусная длина объектива, $A_1 O A_1'$ — направление оси объектива, $N_1 O N_1'$ — направление вертикали, φ — угол конвергенции, образуемый осью объектива и вертикалью, H — высота объектива над местностью (высота полета).

Предположим, что мы имеем некоторую точку C_1 на оси $A_1 N_1$ плоскости P' , определяемую прямой $C_1 O C_1'$, проходящей через объектив O . Пусть далее эта точка C_1 перемещается вдоль оси, удаляясь в бесконечность. В тот момент, когда точка C_1 окажется на бесконечности, прямая $C_1 O C_1'$ займет положение $C_\infty O \mathfrak{F}_1'$, параллельное оси $A_1 N_1$ плоскости P , точка C_1' перейдет в положение \mathfrak{F}_1' , определяя собою фокальную точку на плоскости P' . Со-



Черт. 119

вершенно аналогично, удаляя точку C_2' , лежащую на оси в плоскости P' в бесконечность, определяем положение переднего фокуса \mathfrak{F}_1 (куда приходит точка C_2 при удалении точки C_2' в бесконечность) пересечением прямой $C_\infty' O \mathfrak{F}_1$, параллельной оси $A_1' N_1'$ плоскости P' . Определим положение главных плоскостей. Рассмотрим прямую $D D_1$, параллельную оси в плоскости P .

Изображением этой прямой будет прямая $D' \mathfrak{F}_1'$, проходящая как известно, через задний фокус \mathfrak{F}_1' . Рассматривая точку D_1 этой прямой, лежащую на линии пересечения плоскостей P и P' , мы видим, что изображением этой точки D_1 на плоскости P' будет являться та же самая точка D_1 , так как точка D_1 принадлежит одновременно обеим плоскостям как находящаяся на линии их пересечения. Нетрудно убедиться, что линия $D_1 B$, принадлежащая одновременно обеим плоскостям P и P' , играет роль линий H и H' (аналогичную главным плоскостям), так как увеличение вдоль этой линии равно единице.

На основании этих соображений и данных чертежа нетрудно определить величины f_1 и f_1' , являющиеся расстояниями точек \mathfrak{F}_1 и \mathfrak{F}_1' от главной точки B системы плоскостей P и P' . Из чертежа следует

$$-f_1 = B \mathfrak{F}_1 = \mathfrak{F}_1' O = \frac{O A_1'}{\sin \varphi} = \frac{F_1'}{\sin \varphi} \quad (306)$$

и

$$f_1' = B \mathfrak{F}_1' = \mathfrak{F}_1 O = \frac{O N_1}{\sin \varphi} = \frac{H}{\sin \varphi}. \quad (307)$$

Определим отрезки x_1 и x_1' до точек A_1 и A_1' . Из чертежа находим

$$x_1' = \mathfrak{F}_1' A_1' = \frac{O A_1'}{\operatorname{tg} \varphi} = \frac{F_1'}{\operatorname{tg} \varphi}; \quad (308)$$

отрезок x_1 легко определяется на основании формулы Ньютона

$$x_1 = \frac{f_1 f_1'}{x_1'} = -\frac{F_1'}{\sin \varphi} \cdot \frac{H}{\sin \varphi} \cdot \frac{\operatorname{tg} \varphi}{F_1'} = -\frac{H}{\sin \varphi \cos \varphi}. \quad (309)$$

Посредством подобного же рода простых тригонометрических выкладок легко могут быть определены величины x и x' , относящиеся к каким-нибудь другим сопряженным точкам, например к точкам надира N_1 и N_1' , однако для этой цели значительно удобнее воспользоваться величинами ξ . Так, например, для изображения N_1' точки надира находим

$$\xi'_{1N} = A_1' N_1' = O A_1' \operatorname{tg} \varphi = F_1' \operatorname{tg} \varphi. \quad (310)$$

Найдем положение точек нулевых искажений C_0 и C_0' , определяемых условием $W = -1$ (имея в виду построение на черт. 119). На основании (14) § 3 имеем, обозначая величины x и x' для точек нулевых искажений через x_0 и x_0'

$$W = -1 = \frac{f'}{x_0'} = \frac{x_0}{f_1'}, \quad (311)$$

откуда находим

$$x_0 = -f_1' = -\frac{H}{\sin \varphi}; \quad x_0' = \frac{F_1'}{\sin \varphi} \quad (312)$$

Определим расстояние ξ_0' точки нулевых искажений от главной точки A_1' центра снимка. Имеем

$$\xi_0' = x_0' - x_1' = \frac{F_1'}{\sin \varphi} - \frac{F_1'}{\operatorname{tg} \varphi} = F_1' \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2}, \quad (313)$$

т. е. точка нулевых искажений определяется половиною угла конвергенции φ . Сравнивая (313) и (310), нетрудно видеть, что точка нулевых искажений располагается между точкой надира и главной точкой снимка. Определение точки C_0 нулевых искажений на местности легко может быть произведено на основании (303).

Поясним физический смысл точек переднего и заднего фокусов. Из чертежа (черт. 119) нетрудно установить, что передним фокусом \mathfrak{F}_1 плоскости P местности будет являться точка пересечения главной плоскости объектива (проходящей через точку O параллельно плоскости P' снимка) с осью $A_1 N_1$ на плоскости P местности, задний же фокус \mathfrak{F}_1' на плоскости P' снимка будет представлять из себя не что иное как точку пересечения линии горизонта с осью $A_1' N_1'$ плоскости снимка P' .

Перейдем к рассмотрению процесса трансформации (черт. 120).

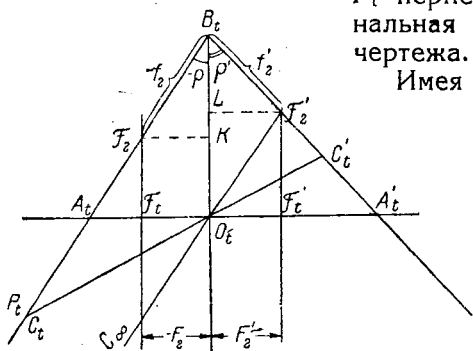
Процесс трансформирования снимка, полученного в процессе съемки, обычно выполняют посредством вторичной пересъемки полученного аэроснимка объективом трансформатора; однако следует всегда иметь в виду возможность трансформирования и какими-либо иными способами (например по принципу Порро-Коппе).

Выполнение процесса пересъемки какого-либо объекта, расположенного на некоторой плоскости P_t , на какую-либо другую плоскость P'_t возможно лишь в том случае, когда плоскость P'_t является изображением плоскости P_t посредством объектива O_t , т. е. тогда, когда плоскости P_t и P'_t сопряжены друг другу.

Предположим, что плоскости объекта P_t перпендикулярна некоторая меридиональная плоскость, например плоскость чертежа.

Имея в виду, что в этом случае плоскость P_t будет расположена симметрично относительно меридиональной плоскости, находим, что осью плоскости P_t будет являться линия пересечения ее с меридиональной плоскостью (плоскостью чертежа).

Предполагая обе главные плоскости объектива O_t совмещенными друг с другом, рассмотрим линии пересечения



Черт. 120

плоскостей P_t и P'_t с общей главной плоскостью объектива. Нетрудно убедиться, что вследствие сопряженности главных плоскостей объектива, а также и вследствие равенства линейного увеличения в главных плоскостях единице, линии пересечения плоскостей P_t и P'_t с главной плоскостью объектива должны быть сопряженными друг другу и совпадать друг с другом, откуда следует, что плоскость объекта, плоскость изображения и главная плоскость объектива должны пересекаться друг с другом по одной и той же прямой.

Это условие, необходимое для сопряженности плоскостей объекта и изображения, иногда ошибочно называют условием Чапского. Далее для выполнения сопряженности плоскостей объекта и изображения необходимо еще выполнение условия сопряженности какой-либо произвольной точки плоскости P_t , например точки A_t , соответствующей ей точки A'_t плоскости P'_t .

Легко видеть, что осью плоскости P'_t будет являться прямая $A'_t B_t$, сопряженная прямой $A_t B_t$, так как плоскость P'_t , точно так же, как и плоскость P_t и главная плоскость объектива, перпендикулярна меридиональной плоскости, являющейся плоскостью симметрии.

Приступим к определению фокусных длин f_2 и f'_2 системы плоскостей P_t и P'_t . Помня, что передний и задний фокусы F_2 и F'_2 плоскостей P_t и P'_t суть точки, соответственно сопряженные бесконечно удаленным точкам, рассмотрим пару сопряженных точек C_t и C'_t , удаляя одну из них, например точку C_t , на бесконечность.

В тот момент, когда точка C_t уйдет на бесконечность, прямая $C_\infty O_t$ станет параллельной прямой $A_t B_t$; пересечение прямой $C_\infty O_t$ с прямой $A_t' B_t'$, сопряженной $A_t B_t$, определит нам задний фокус \mathfrak{F}_2' , причем эта точка \mathfrak{F}_2' с другой стороны должна принадлежать задней фокальной плоскости объектива, проходящей перпендикулярно оси объектива через задний фокус объектива \mathfrak{F}_t' .

Совершенно аналогичным способом, удаляя точку C_t' на бесконечность, определяем передний фокус \mathfrak{F}_2 , точно так же находящийся на пересечении прямой $A_t B_t$ с передней фокальной плоскостью объектива, проходящей через передний фокус \mathfrak{F}_t объектива перпендикулярно оси. Далее из треугольников $\mathfrak{F}_2 K B_t$ и $\mathfrak{F}_2' L B_t'$ следует

$$-F_2 = f_2 \sin \rho \quad \text{и} \quad F_2' = f_2' \sin \rho'. \quad (314)$$

Так как объектив находится в воздухе, имеет место

$$F_2 = -F_2', \quad (315)$$

и таким образом фокусные длины f_2 и f_2' могут быть определены

$$f_2 = \frac{F_2'}{\sin \rho}; \quad f_2' = \frac{F_2'}{\sin \rho'}. \quad (316)$$

Ранее нами было установлено [(294) и (296)]

$$f_2 = M f_1'; \quad f_2' = f_1, \quad (317)$$

поэтому, пользуясь (306) и (307), находим

$$f_2 = \frac{F_2'}{\sin \rho} = \frac{MH}{\sin \varphi}; \quad f_2' = \frac{F_2'}{\sin \rho'} = \frac{F_1'}{\sin \varphi}. \quad (318)$$

Из (318) следует

$$\frac{\sin \rho'}{\sin \rho} = -\frac{MH}{F_1'}. \quad (319)$$

Формулы (318) и (319) представляют из себя связь между величинами съемки (угол наклона оси камеры φ и фокусная длина объектива аэрокамеры F_1' и высота H) и величинами трансформации (масштаб M , фокусная длина объектива трансформатора F_2' и углы наклона плоскостей ρ и ρ').

§ 34. Формулы приближенной трансформации

Займемся обработкой формул (299) и (300), имея в виду (306) (307) и (308). Имеем

$$\begin{aligned} \xi_1' &= -\frac{F_1'}{\sin \varphi} \cdot \frac{H}{\sin \varphi} \cdot \frac{\sin \varphi \cos \varphi}{H \left(-\frac{H}{\sin \varphi \cos \varphi} + \xi_1 \right)} \xi_1 = \\ &= \frac{F_1' \cos^2 \varphi}{H - \xi_1 \sin \varphi \cos \varphi} \xi_1. \end{aligned} \quad (320)$$

и

$$\begin{aligned} y_1' &= -\frac{F_1'}{\sin \varphi} \cdot \frac{1}{\left(-\frac{H}{\sin \varphi \cos \varphi} + \xi_1 \right)} y_1 = \\ &= \frac{F_1' \cos \varphi}{H - \xi_1 \sin \varphi \cos \varphi} y_1. \end{aligned} \quad (321)$$

Формулы (320) и (321) могут быть представлены в виде

$$\xi_1' = \frac{F_1'}{H} \cdot \frac{\cos^2 \varphi}{\left(1 - \frac{\xi_1}{H} \frac{\sin 2\varphi}{2}\right)} \xi_1; \quad (322)$$

$$y_1' = \frac{F_1'}{H} \cdot \frac{\cos \varphi}{\left(1 - \frac{\xi_1}{H} \frac{\sin 2\varphi}{2}\right)} y_1. \quad (323)$$

Развертывая (322) и (323) в ряд по степеням φ и пренебрегая членами, содержащими степени φ выше первой, находим

$$\xi_1' = \frac{F_1'}{H} \left(1 + \frac{\xi_1}{H} \varphi\right) \xi_1 \quad (324)$$

и

$$y_1' = \frac{F_1'}{H} \left(1 + \frac{\xi_1}{H} \varphi\right) y_1; \quad (325)$$

в случае, если угол конвергенции φ равен нулю, искажения за угол наклона отсутствуют. Таким образом

$$\begin{matrix} \xi_1' = \frac{F_1'}{H} \xi_1; & y_1' = \frac{F_1'}{H} y_1. \\ \varphi = 0 & \varphi = 0 \end{matrix} \quad (326)$$

Определим искажения за углы наклона, полагая величины искажений равными разности координат искаженной точки и координат неискаженной точки. Формулы (324), (325) и (326) дают нам

$$\Delta \xi_1' = \xi_1' - \xi_1' = \frac{F_1'}{H} \varphi \xi_1^2, \quad (327)$$

$\varphi = 0;$

$$\Delta y_1' = y_1' - y_1' = \frac{F_1'}{H^2} \varphi \xi_1 y_1. \quad (328)$$

$\varphi = 0.$

Заменяя затем в (327) и (328) величины ξ_1 и y_1 , согласно формуле (326), находим

$$\begin{matrix} \Delta \xi_1' = \frac{\varphi}{F_1'} \xi_1'^2; & \Delta y_1' = \frac{\varphi}{F_1'} y_1' \xi_1' \\ \varphi = 0 & \varphi \neq 0 \end{matrix} \quad (329)$$

Сделаем численный пример, полагая угол отклонения от вертикали $\varphi = 5^\circ$, фокусную длину объектива $F_1' = 210$ мм и что интересующая нас точка находится в углу снимка, т. е. $\xi_1' = y_1' = 90$ мм. Имеем

$$\Delta \xi_1' = \Delta y_1' = \frac{0,0873}{210} \cdot 90 \cdot 90 \cong 3,37 \text{ мм.}$$

Более точно ошибки искажений за угол наклона могут быть определены по формулам (322) и (323).

§ 35. Основные требования, предъявляемые к трансформирующей оптике

Задачей трансформирующей оптики (как это уже было указано ранее) является процесс пересъемки аэроснимка, преследующий устранение искажений за углы наклона оси объектива в момент экспозиции и приведение аэроснимка к заданному масштабу.

Обращая внимание на выполнение процесса трансформирования, мы видим, что процесс трансформирования распадается на две части: 1) установка аэроснимка в трансформаторе и 2) собственно процесс пересъемки. Проанализируем обе части процесса трансформации.

Процесс установки аэроснимка (процесс наводки) выполняется в различных конструкциях трансформаторов различно; однако общим моментом наводки являются совмещение даваемых объективом трансформатора изображений геодезических точек аэроснимка с точками геодезической основы, расположенной на экране трансформатора, контролируемое визуально, изменение увеличения при процессе наводки аэроснимка и неискаженность (в известных пределах).

Процесс собственно пересъемки должен обеспечить достаточную резкость сформированного изображения. Таким образом, оптика трансформатора должна удовлетворять следующим основным требованиям:

1) Объектив трансформатора должен обладать светосилой, достаточной для визуального контроля наводки.

2) Объектив должен работать при различных увеличениях.

3) Объектив при процессе самой пересъемки должен обладать достаточно высоким качеством изображения, для целей сохранения качества изображения аэроснимка при трансформации.

Освещенность изображения при визуальном контроле наводки зависит кроме светосилы объектива также и от мощности осветительной системы; в силу этого к светосиле объектива трансформатора не предъявляют столь высоких требований как к аэрофотообъективам. С другой стороны, получение повышенного качества изображения необходимо для сохранения резкости изображения и может быть легко достигнуто лишь в объективах с уменьшенной светосилой (например двойные склеенные анастигматы) порядка $\frac{1}{6,3}$ — $\frac{1}{7,7}$.

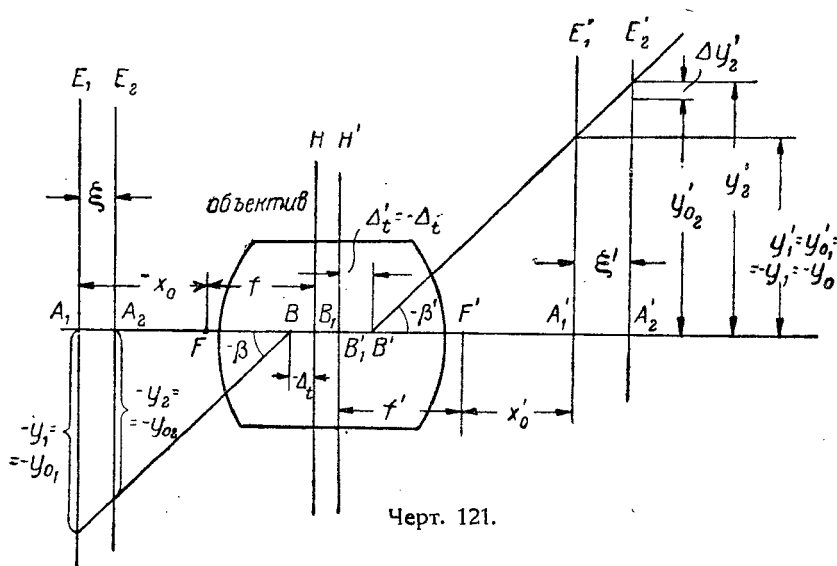
Кроме того, увеличение резкости изображения при самом процессе пересъемки может быть достигнуто посредством диафрагмирования объектива при увеличенной экспозиции, что позволяет применять для целей трансформирования объективы с относительным отверстием $1:5,5$ — $1:4,5$, облегчающим визуальный контроль наводки. Перейдем к рассмотрению условия работы объектива при различных увеличениях. В общей теории оптических приборов доказывается, что оптическая система (объектив) может быть идеально скорректирована в отношении резкости лишь для одной пары сопряженных плоскостей (за исключением случая системы плоских зеркал); доказательство этого положения здесь едва ли будет уместно. В силу этого мы ограничимся указанием, что практически изменение резкости изображения, вследствие изменения увеличения, ощутимо лишь при больших относительных отверстиях.

Несколько иначе обстоит дело с искажениями изображения (дисторсией) при изменении увеличения.

Ранее (глава VI, § 19) мы познакомились с так называемым понятием об аберрации в зрчках; попытаемся теперь установить связь аберрации в зрчках с дисторсией объектива при различных увеличениях.

Предположим для упрощения наших выводов, что мы имеем дело с симметричным объективом, обладающим аберрацией в зрчках (черт. 121).

В этом случае зрчки входа и выхода совпадают (для нулевых лучей) с главными плоскостями H и H' объектива. Кроме того



для увеличения $V = -1$ имеет место (вследствие симметрии) абсолютное отсутствие дисторсии.

Из чертежа находим:

$$y_1 = y_{01} = -(f + x_0 - \Delta_t) \operatorname{tg} \beta. \quad (330)$$

Совершенно аналогично

$$y_2 = y_{02} = -(f + x_0 - \Delta_t + \xi) \operatorname{tg} \beta, \quad (331)$$

$$y_1' = y'_{01} = -y_1 = -y_0 = -(f' + x_0' - \Delta_t') \operatorname{tg} \beta \quad (332)$$

и

$$y_2' = y_{02}' + \Delta y_2' = -(f' + x_0' + \xi' - \Delta_t') \operatorname{tg} \beta. \quad (333)$$

Пользуясь формулой продольного увеличения [(21) § 3, глава I], находим, имея в виду, что $V = -1$ и $f = -f'$,

$$Q = \frac{\xi'}{\xi} = -V_2 = \frac{f}{x_0' - \xi} = \frac{x_0' + \xi'}{f'}. \quad (334)$$

Кроме того, так как V_2 относится к плоскостям E_2 и E_2' ,

$$\frac{y'_{02}}{y_{02}} = V_2 = -Q = -\frac{\xi'}{\xi}. \quad (335)$$

С другой стороны, вследствие $V_1 = -1$, получаем

$$x_0 = -\frac{f}{V_1} = f; \quad x_0' = -V_1 f' = f'. \quad (336)$$

Из (331) и (330) следует, помня (336),

$$y_2 = -(2f - \Delta_t) \operatorname{tg} \beta - \xi \operatorname{tg} \beta = y_1 - \xi \operatorname{tg} \beta. \quad (337)$$

Далее, из (337) и (333) находим

$$y_2' = -(2f' - \Delta_t') \operatorname{tg} \beta - \xi' \operatorname{tg} \beta = y_1' - \xi' \operatorname{tg} \beta. \quad (338)$$

Составим разность $\Delta y_2'$. Имеем, на основании (335) и (338)

$$\begin{aligned} \Delta y_2' = y_2' - y_0'_{2} &= y_1' - \xi' \operatorname{tg} \beta + \frac{\xi'}{\xi} y_{0_2} = y_1' - \xi' \operatorname{tg} \beta + \frac{\xi'}{\xi} y_1 - \\ &- \xi' \operatorname{tg} \beta = y_1' + \frac{\xi'}{\xi} y_1 - 2\xi' \operatorname{tg} \beta = y_1' \left(1 - \frac{\xi'}{\xi}\right) - 2\xi' \operatorname{tg} \beta. \end{aligned} \quad (339)$$

На основании (334) и (336) получаем

$$Q = \frac{\xi'}{\xi} = \frac{f' + \xi'}{f'} = 1 + \frac{\xi'}{f'}. \quad (340)$$

Поэтому (339) можно преобразовать

$$\Delta y_2' = -y_1' \frac{\xi'}{f'} - 2\xi' \operatorname{tg} \beta = (2f' - \Delta_t) \frac{\xi'}{f'} \operatorname{tg} \beta - 2\xi' \operatorname{tg} \beta \quad (341)$$

или

$$\Delta y_2' = -\Delta_t' \frac{\xi'}{f'} \operatorname{tg} \beta = -\Delta_t' (Q - 1) \operatorname{tg} \beta \quad (342)$$

и окончательно

$$\Delta y_2' = (V_2 + 1) \Delta_t' \operatorname{tg} \beta, \quad (343)$$

т. е. абсолютная дисторсия (так как $\Delta y_2'$ выражает собою разность между действительным изображением y_2' для действительного луча и изображением $y_0'_{2}$, полученным по законам солинейного сродства) для симметричного объектива равна произведению из увеличения плюс единица, величины абберации в зрачке и тангенса угла наклона действительного угла с осью.

Формула (343) показывает нам, что для выполнения условия отсутствия дисторсии при различных увеличениях необходимо отсутствие абберации в зрачках.

Определим численные величины абберации в зрачках, полагая величины абсолютной дисторсии $\Delta y_2'$ допустимыми в пределах графической точности, т. е. порядка 0,1 мм и угол $\beta \cong 30^\circ$ (полагая полное поле зрения порядка $2\beta = 60^\circ$).

Из формулы (343) следует

$$\Delta_t' = \frac{\Delta y_2'}{(V_2 + 1) \operatorname{tg} \beta}. \quad (344)$$

Откуда численно, полагая $V_2 = -2$ (двукратное увеличение),

$$\Delta_t' = \frac{0,1}{0,577} \cong 0,173 \sim 0,2 \text{ мм},$$

т. е. что абберация в зрачках все же должна быть исправлена и могут иметь место лишь остаточные зоны. Выполнение условия уничтожения абберации в зрачках для светосильных объективов весьма затруднительно; в силу этого объективы с пониженной светосилой приобретают преимущества перед светосильными еще и в отношении удовлетворения условия ортоскопичности при различных увеличениях.

§ 36. Определение поля зрения и фокусной длины объектива трансформатора

В § 34 мы установили связь между координатами некоторой произвольной точки на местности P_1 и ее изображением P_1' на аэроснимке. В случае, если ось камеры в момент экспозиции была строго вертикальной, аэроснимок являлся бы подобным местности, причем масштаб аэроснимка определился бы соотношением

$$\frac{y_1'}{y_1} = \frac{\xi_1'}{\xi_1} = \frac{F_1'}{H} = M_0, \quad (345)$$

обычно называемым масштабом съемки.

В условиях обычной аэросъемки углы φ отклонения оси аэрокамеры от вертикали обычно невелики и не превосходят в среднем $3-5^\circ$, и лишь в редких случаях достигают $7-10^\circ$. На основании формулы (318) § 33 следует, что при этом углы наклона плоскости предмета и экрана трансформатора точно так же будут невелики; в силу этого основной работой объектива трансформатора будет являться приведение снимков к заданному масштабу.

Однако, наличие углов наклона оси аэрокамеры к вертикали вызовет, в свою очередь, так называемое явление децентрации аэроснимка, выражающееся в том, что главная точка A_1' аэроснимка не будет совпадать с точкой пересечения оси объектива трансформатора с плоскостью аэроснимка.

Величина децентрации аэроснимка в трансформаторе вызывает некоторое увеличение поля зрения объектива трансформатора; наклон же предметной плоскости и экрана, вследствие малости, практически не отражается на величине поля зрения.

Определим увеличение трансформатора. Полагая, как и ранее, масштаб трансформированного снимка равным M , а масштаб съемки равным M_0 , находим увеличение трансформатора

$$\frac{M}{M_0} = V_t. \quad (346)$$

Имея в виду, что увеличение аэроснимка не должно превосходить предельного увеличения V_{\max} , обычно равного $4^\times - 5^\times$, определяемого факторами, влияющими на качество изображения аэроснимка (разрешающая способность эмульсии, сдвиг и т. п.), находим

максимальное значение масштаба M_{\max} трансформированного аэроснимка

$$M_{\max} = V_{\max} M_0. \quad (347)$$

Займемся определением поля зрения объектива трансформатора, полагая, что децентрация аэроснимка направлена по диагонали, пренебрегая при этом наклонами плоскостей объектива и экрана (черт. 122).

Из чертежа находим

$$\operatorname{tg} \beta_t = -\frac{r+a}{F_2+x_t}, \quad (348)$$

где

- β_t — половина угла зрения объектива трансформатора,
- a — децентрация аэроснимка,
- r — половина диагонали аэроснимка,
- F_2 — как и ранее, передняя фокусная длина объектива, трансформатора и
- x_t — расстояние вдоль оси от переднего фокуса F_t до аэроснимка.

Имея в виду, что линейное увеличение V_t объектива трансформатора равняется [§ 2 (7)]

$$V_t = -\frac{F_2}{x_t} \quad (349)$$

и что половина диагонали аэроснимка определяется произведением из тангенса половины угла поля зрения съёмочного объектива на фокусную длину объектива

$$r = -F_1' \operatorname{tg} \beta_k, \quad (350)$$

выражение (348) может быть преобразовано

$$\operatorname{tg} \beta_t = -\frac{a - F_1' \operatorname{tg} \beta_k}{F_2 \left(1 - \frac{1}{V_t}\right)}. \quad (351)$$

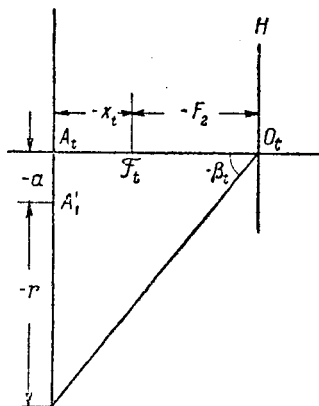
Величина децентрации a может быть определена по следующей приближенной формуле

$$a = \frac{\varphi}{2F_1'} \left[F_1'^2 - \left(1 - \frac{1}{V_t^2}\right) F_2'^2 \right]. \quad (352)$$

Таким образом (351) может быть преобразовано, помня, что $F_2' = -E_2$,

$$\operatorname{tg} \beta_t = \frac{\frac{\varphi}{2} \left[1 - \left(1 - \frac{1}{V_t^2}\right) \frac{F_2'^2}{F_1'^2} \right] - \operatorname{tg} \beta_k}{1 - \frac{1}{V_t}} \cdot \frac{F_1'}{F_2'}. \quad (353)$$

Из формулы (353) следует, что величина поля зрения объектива трансформатора в основном определяется величиною фокусных



Черт. 122

длин съемочного и трансформирующего объективов, полем зрения съемочного объектива и увеличением трансформатора, величина же угла наклона φ оси камеры к вертикали играет значительно меньшую роль.

Сделаем численный пример определения поля зрения трансформирующего объектива, полагая фокусные длины обоих объективов (съемочного и трансформирующего) равными 210 мм, увеличение трансформатора V_t равным максимальному увеличению $V_{\max} = 5\times$, поле зрения съемочного объектива $2\beta_k = 62^\circ$ и угол φ наклона оси аэрокамеры к вертикали равным -6° , причем значению $\text{tg } \beta_k = \text{tg } 31^\circ = 0,6$ приписываем знак минус для определения максимального значения $\text{tg } \beta_t$.

Численно получаем

$$\text{tg } \beta_t = \frac{0,0525 \frac{1}{5^2} + 0,6}{1 + \frac{1}{5}} = \frac{0,0021 + 0,6}{6} \cdot 5 \cong 0,502,$$

что дает нам для β_t значение, равное $26^\circ 40'$.

Нетрудно видеть, что влияние децентрации в этом случае очень невелико, так как, отбрасывая в формуле (353) член, содержащий φ , мы получили бы при сохранении прежних условий для $\text{tg } \beta_t$ значение, равное 0,5, что соответствует $\beta_t = 26^\circ 30'$. Однако при меньших увеличениях V_t величина децентрации играет более существенную роль, так, например, при $V_t = -1$ и $F_1' = 2F_2'$ находим, полагая попрежнему $\varphi = 6^\circ$ и $\text{tg } \beta_k = -0,6$,

$$\text{tg } \beta_t = \frac{0,0525 + 0,6}{2} \cdot 2 = 0,6525;$$

$\beta_t = 33^\circ 10'$. Отбрасывая же в этом случае влияние децентрации, мы получили бы значение $\text{tg } \beta_t = 0,6$, что соответствует $\beta_t = 31^\circ$.

Установим условия отсутствия децентрации. Приравнявая (352) нулю, находим

$$\left(\frac{F_1'}{F_2'}\right)^2 = 1 - \frac{1}{V_t^2} \quad (354)$$

или

$$V_t = - \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{F_1'}{F_2'}\right)^2}}. \quad (355)$$

Для выполнения этого условия необходимо

$$F_2' > F_1'. \quad (356)$$

Так, например, в случае $F_2' = 2F_1'$ получаем

$$V_t = - \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{1}{4}}} = - \frac{2}{\sqrt{3}} = -1,155,$$

т. е. трансформация должна вестись при некотором увеличении.

Коснемся вопроса о габаритных размерах трансформатора (черт. 123). Расстояние L между плоскостями объектива и экрана из чертежа определяется

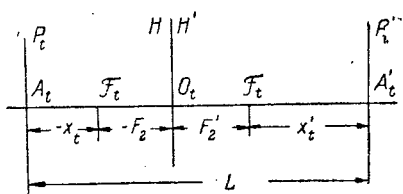
$$L = -x_t - F_2 + F_2' + x_1', \quad (357)$$

пренебрегая расстоянием между главными плоскостями объектива. Из формулы линейного увеличения [(7) § 2] следует

$$V_t = -\frac{F_2}{x_t} = -\frac{x_1'}{F_2'}. \quad (358)$$

На основании (358), имея в виду, что объектив трансформатора находится в воздухе, получаем

$$L = \left(2 - V_t - \frac{1}{V_t}\right) F_2'. \quad (359)$$



Черт. 123

Формулы (353) и (359) определяют собою условия выбора фокусной длины и поля зрения объектива трансформатора. Действительно, задаваясь величиной L и предельным увеличением трансформатора, мы из (350) легко определяем F_2' , которое, в свою очередь, в связи с данными объектива аэрокамеры, определяет собою величину поля зрения $2\beta_t$ объектива трансформатора. Условия (355) и (356) практически, при применении фокусных длин объективов аэрокамер порядка 200 мм и выше, приводят к весьма большим габаритам трансформатора; однако в случае применения короткофокусных аэрофотообъективов (например широкоугольных) условия отсутствия децентрации аэроснимка в трансформаторе вполне осуществимы и могут быть положены в основу конструирования трансформатора, упростив до известной степени как конструкции инверзоров, так и самый процесс трансформации.

ГЛАВА X

ОПТИКА АППАРАТУРЫ ДЛЯ РАЗВЕРТЫВАНИЯ ПЕРСПЕКТИВНЫХ СНИМКОВ

§ 37. Основные формулы

Формула элементарных масштабов. Займемся рассмотрением преобразования некоторого элемента, расположенного около некоторой произвольной точки P_1 (черт. 124).

Линейное увеличение в точках C_1 и C_1' равняется

$$V_1 = \frac{y_1'}{y_1}, \quad (360)$$

откуда следует

$$y_1' = V_1 y_1. \quad (361)$$

Дифференцируя (361), находим

$$dy_1' = V_1 dy_1, \quad (362)$$

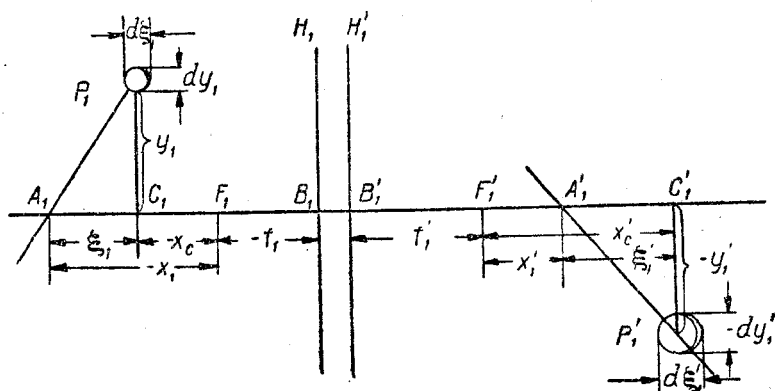
откуда получаем

$$\frac{dy_1'}{dy_1} = V_1. \quad (363)$$

Отношение $\frac{d\xi_1'}{d\xi_1}$ представляет из себя не что иное как продольное увеличение q_1 в точках C_1 и C_1' . Поэтому, помня [(22) § 3],

$$q_1 = \frac{d\xi_1'}{d\xi_1} = -\frac{f_1'}{f_1} V_1^2. \quad (364)$$

Для последующей системы (не показанной на чертеже) по аналогии с (363) и (364) можно написать



Черт. 124

$$\frac{dy_2'}{dy_2} = V_2; \quad \frac{d\xi_2'}{d\xi_2} = -\frac{f_2'}{f_2} V_2^2 = q_2, \quad (365)$$

при чем

$$dy_2 = dy_1'; \quad d\xi_2 = d\xi_1', \quad (366)$$

так как предметом для последующей системы служит изображение от предыдущей.

Налагая условие постоянства масштаба после обоих преобразований для всех элементов изображения [(291) § 33] и перемножая соответственно (363), (364) и (365), находим, имея в виду (366),

$$\left. \begin{aligned} V_2 V_1 &= \frac{dy_2'}{dy_2} \cdot \frac{dy_1'}{dy_1} = \frac{dy_2'}{dy_1} = V = M = \text{const} \\ q_1 q_2 &= \frac{d\xi_2'}{d\xi_2} \cdot \frac{d\xi_1'}{d\xi_1} = \frac{d\xi_2'}{d\xi_1} = q = M = \text{const} \end{aligned} \right\}. \quad (367)$$

Откуда, зная увеличения q_1 и V_1 или q_2 и V_2 при одном из процессов преобразования и окончательный масштаб M , нетрудно определить увеличения при другом преобразовании.

Определим увеличения q_1 и V_1 через координаты изображения P_1' произвольной точки P_1 относительно главной точки A_1' аэро-снимка. Определим V_1 . Из (304) § 33 следует

$$\frac{y_1'}{y_1} = V_1 = -\frac{x_1' + \xi_1'}{f_1'} \quad (368)$$

или, заменяя x_1' и f_1' их значениями из (307) и (308),

$$V_1 = -\frac{\frac{F_1'}{\operatorname{tg} \varphi} + \xi_1'}{H} \sin \varphi = -\frac{F_1'}{H} \left(\cos \varphi + \frac{\xi_1'}{F_1'} \sin \varphi \right) \quad (369)$$

— выражение, совпадающее с (261) § 30, с тою лишь разницей, что для M_h нами было принято абсолютное значение V_1 . Подставляя (369) в (364) и заменяя f_1 и f_1' из (306) и (307) § 35, находим

$$q_1 = \frac{H}{\sin \varphi} \cdot \frac{\sin \varphi}{F_1'} V_1^2 = \frac{F_1'}{H} \left(\cos \varphi + \frac{\xi_1'}{F_1'} \sin \varphi \right)^2 \quad (370)$$

— выражение, полностью совпадающее с выражением (262) § 30 для масштаба M_v вдоль главной вертикали.

Условия возможности развертывания перспективных аэроснимков. Обратимся к формулам (318) § 33, связывающим величины углов наклона ρ и ρ' предметной и экранной плоскостей трансформатора с фокусной длиной трансформирующего объектива F_2' , съёмочного объектива F_1' , высоты полета H и масштаба M .

Определяя величины $\sin \rho$ и $\sin \rho'$, находим

$$\sin \rho = \frac{F_2'}{MH} \sin \varphi; \quad \sin \rho' = -\frac{F_2'}{F_1'} \sin \varphi. \quad (371)$$

С другой стороны, всегда должно иметь место

$$|\sin \rho| < 1; \quad |\sin \rho'| < 1. \quad (372)$$

Поэтому

$$\left| \frac{F_2'}{MH} \sin \varphi \right| < 1; \quad \left| \frac{F_2'}{F_1'} \sin \varphi \right| < 1. \quad (373)$$

или

$$\left| \frac{MH}{F_2'} \right| > (\sin \varphi); \quad \left| \frac{F_1'}{F_2'} \right| > |\sin \varphi|. \quad (374)$$

Выражения (374) и являются условиями, необходимыми для возможности развертывания перспективных аэроснимков.

В случае, если

$$M = M_0 = \frac{F_1'}{H} \quad (375)$$

(развертка производится в масштабе планового снимка), оба условия, определяемые формулами (374), совпадают друг с другом. Следует всегда, однако, иметь в виду, что выполнение развертки аэроснимков при значениях углов ρ и ρ' , больших 50—60°, встречает весьма серьезные затруднения и практически едва ли может быть осуществимо.

Децентрация развертываемого снимка. Сделаем чертеж, аналогичный чертежу 120 § 93 (черт. 125).

Проведем из переднего фокуса \mathcal{F}_2 предметной плоскости P_t прямую, проходящую через главную точку объектива O_t . Эта прямая должна определить на плоскости экрана P_t' точку, сопряженную точке \mathcal{F}_2 плоскости P_t , т. е. точку, бесконечно удаленную. Вследствие этого прямая $\mathcal{F}_2 O_t$ будет параллельна плоскости P_t' , а следо-

вательно и прямой $B_t A_t'$, образуя с прямой $O_t B_t$ угол ρ' , равный углу ρ' экранной плоскости P_t' с главной плоскостью объектива.

Определим отрезок $\mathfrak{F}_2 A_t$. Из чертежа следует

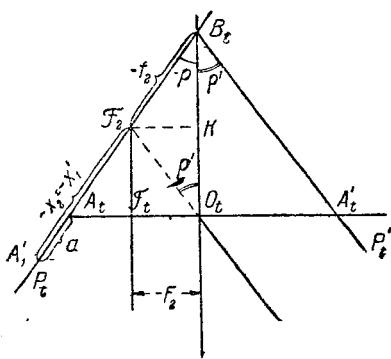
$$\mathfrak{F}_2 A_t = -\frac{\mathfrak{F}_2 \mathfrak{F}_t}{\cos \rho}; \quad (376)$$

с другой стороны из треугольника $\mathfrak{F}_2 \mathfrak{F}_t O_t$

$$\mathfrak{F}_2 \mathfrak{F}_t = -\frac{F_2}{\operatorname{tg} \rho'}. \quad (377)$$

Таким образом

$$\mathfrak{F}_2 A_t = -\frac{F_2}{\sin \rho'} \cdot \frac{\cos \rho'}{\cos \rho} = \frac{F_2'}{\sin \rho'} \cdot \frac{\cos \rho'}{\cos \rho} \quad (378)$$



Черт. 125

или, пользуясь (371) и заменяя косинусы ρ и ρ' через синусы,

$$\begin{aligned} \mathfrak{F}_2 A_t &= -\frac{F_1'}{\sin \varphi} \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{F_2'}{F_1'} \sin \varphi\right)^2}}{\sqrt{1 - \left(\frac{F_2'}{MH} \sin \varphi\right)^2}} = \\ &= -\frac{MH}{\sin \varphi} \sqrt{\frac{F_1'^2 - F_2'^2 \sin^2 \varphi}{M^2 H^2 - F_2'^2 \sin^2 \varphi}}. \end{aligned} \quad (379)$$

Величина a равняется (из чертежа)

$$a = -x_1' - \mathfrak{F}_2 A_t \quad (380)$$

или, пользуясь (308) § 33 и (379),

$$a = \frac{MH}{\sin \varphi} \sqrt{\frac{F_1'^2 - F_2'^2 \sin^2 \varphi}{M^2 H^2 - F_2'^2 \sin^2 \varphi}} - \frac{F_1'}{\operatorname{tg} \varphi}. \quad (381)$$

В случае, если $M = M_0 = \frac{F_1'}{H}$ (развертка аэроснимка в масштаб планового снимка), выражение (381) для децентрации a значительно упрощается

$$a_{M=M_0} = \frac{F_1'}{\sin \varphi} - \frac{F_1'}{\operatorname{tg} \varphi} = \frac{1 - \cos \varphi}{\sin \varphi} \mathfrak{F}_1' = F_1' \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2}, \quad (382)$$

т. е. децентрация при развертке в масштаб планового снимка не зависит от фокусной длины объектива трансформатора.

В случае, если φ мало, выражение (381) может быть преобразовано в приближенную формулу (352), с которой нам пришлось встретиться в § 36.

Полагая в (381) величину a равной нулю, можно получить условие отсутствия децентрации и для случая конечных углов φ (аналогично выводу, проделанному нами в § 36 для малых значений угла φ).

Определение поля зрения объектива развертывающего станка (черт. 126). Из треугольника $A_t O_t B_t$ следует

$$\rho + a = 90^\circ \dots \quad (383)$$

мы определим ряд значений β , причем наибольшее из них β_{\max} (по абсолютной величине) и определит собою половину угла поля зрения объектива, которое необходимо иметь при развертывании данного аэроснимка.

§ 38. Требования, предъявляемые к развертывающей оптике

В предыдущем параграфе мы более или менее подробно ознакомились с основными законами трансформирования применительно к тому случаю, когда угол отклонения оси объектива от вертикали достаточно велик.

Однако задача трансформирования перспективных снимков (имеющих большой угол конвергенции) в большинстве случаев распадается на две части, а именно:

- I) развертывание перспективного снимка,
- II) собственно трансформирование.

Поясним это разделение процесса более подробно. Предположим, что мы имеем дело с многообъективной аэрокамерой. В этом случае экспонирование всех перспективных аэроснимков, даваемых объективами аэрокамеры (и центрального, если аэрокамера имеет центральный объектив), происходит одновременно, в силу чего аэроснимки от всех объективов оказываются снятыми с одной и той же высоты и при одних и тех же углах крена и наклона самолета.

Если при этом (как это обычно и имеет место) фокусные длины всех объективов, дающих перспективные изображения, а также и углы конвергенции перспективных объективов относительно оси аэрокамеры равны друг другу, то в случае трансформирования всех перспективных изображений на общую плоскость, перпендикулярную оси симметрии аэрокамеры, условия такого трансформирования или, как говорят, развертывания перспективных аэроснимков получаются совершенно одинаковыми для всех перспективных аэроснимков, т. е. могут быть выполнены с одной и той же установки.

Смонтированные затем полученные таким образом развертки перспективных аэроснимков представляют из себя не что иное как единый широкоугольный аэроснимок, который может быть обычным способом трансформирован за ошибки углов крена и наклона оси камеры и высоты полета.

Нетрудно видеть, что при развертывании перспективных аэроснимков на плоскость, перпендикулярную оси аэрокамеры, можно развертку производить в любом масштабе, задаваясь, например, условием постоянства увеличений для точки нулевых искажений, что сохраняет постоянство установки для развертывания перспективных снимков не только для одновременных экспозиций, но и вообще для всех перспективных снимков, даваемых данной многообъективной аэрокамерой совершенно независимо ни от момента экспозиции, ни от элементов внешнего ориентирования.

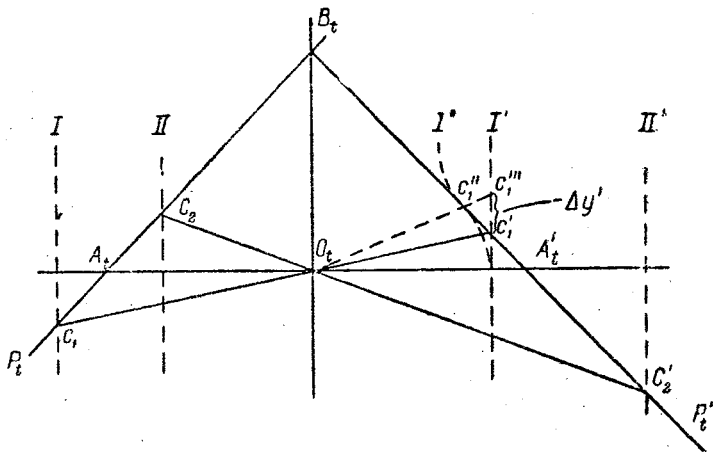
В силу этого процесс развертывания перспективных аэроснимков значительно упрощается, сводясь по существу лишь к механическому подготовительному процессу — установке развертываемого снимка по координатным меткам и к получению развернутого отпечатка.

Исходя из проделанного нами рассмотрения процесса развертывания перспективных аэроснимков, нетрудно установить основные требования, предъявляемые к развертывающей оптике, а именно:

I. Объектив развертывающего станка должен обладать весьма высоким качеством изображения в отношении резкости, так как при развертывании перспективных аэроснимков приходится иметь дело с весьма большими увеличениями, что само по себе весьма ухудшает качество изображения получаемой развертки.

II. Объектив развертывающего станка не должен давать искажения изображения в плоскости экрана. Это требование, как мы увидим далее, приводится к условию отсутствия дисторсии и аберрации в зрачках.

III. Объектив развертывающего станка должен в большей или меньшей степени давать равномерное распределение освещенности на развертке (по мере возможности).



Черт. 127

IV. В отношении светосилы требования к объективу развертывающего станка по отношению к требованиям, предъявляемым к объективам трансформаторов, могут быть значительно понижены, так как процесс наводки, требующий наличия достаточно высокой для визуального наблюдения освещенности изображения, отпадает, а увеличение времени экспонирования в известных пределах не отражается заметно на производительности развертывающего станка.

Перейдем к рассмотрению искажений, даваемых объективом развертывающего станка (черт. 127). O_t — положение главных точек объектива; $O_t B_t$ — положение главной плоскости объектива; P_t и P'_t — предметная и экранная плоскости.

Рассмотрим некоторую точку C_1 предметной плоскости P_t , принадлежащую одновременно некоторой воображаемой плоскости I , перпендикулярной оси объектива $A_t A'_t$.

В случае, если бы объектив не давал никаких искажений, точка C_1 должна была бы изобразиться на экранной плоскости P'_t в некоторой точке C'_1 , при чем эта точка C'_1 принадлежала бы

одновременно и плоскости I' , перпендикулярной оси и являющейся изображением плоскости I , так как плоскости P_t и P'_t должны удовлетворять законам солинейного сродства.

Предположим, что на самом деле точка C_1 изобразилась на плоскости P'_t не в точке C'_1 , а в некоторой точке C''_1 . Нетрудно видеть, что эта точка C''_1 уже не может принадлежать изображению I' плоскости I , полученному по законам солинейного сродства; точка C''_1 будет находиться на некоторой искривленной поверхности I'' , касательной к плоскости I' на оси объектива, так как на оси объектива все законы солинейного сродства выполняются автоматически (глава II, § 5).

Таким образом явление искажения изображения в известной мере связывается с искривлением поверхности изображения (кривизной поля).

Проектируя все же точку C''_1 по направлению луча на плоскость I' , мы получим некоторую точку C'''_1 , но не совпадающую с точкой C'_1 .

Нетрудно видеть, что отрезок $C'_1 C'''_1$ будет представлять ни что иное как искажение изображения в плоскости I' , т. е. дисторсию. В случае отсутствия искривления изображения плоскости I и наличия дисторсии в плоскостях I и I' изображением точки C_1 плоскости P_t на плоскости P'_t будет также служить точка C''_1 , не совпадающая с точкой C'_1 , однако несколько размытая, вследствие отстояния действительного изображения C'''_1 точки C_1 на некоторое расстояние $C''_1 C'''_1$ от плоскости P'_t . Легко убедиться, что условием отсутствия искажения положения изображения точки C_1 на плоскости P'_t является необходимость отсутствия дисторсии в плоскостях I и I' . Прodelывая те же самые рассуждения для каких-либо других точек, например C_2 и C'_2 , принадлежащих плоскостям II и II' , приходим к совершенно аналогичным выводам, откуда весьма легко установить, что условием отсутствия искажений, даваемых объективом при развертывании перспективных снимков, является отсутствие дисторсии для ряда плоскостей, перпендикулярных оси объектива и сопряженных друг другу, что приводит нас к условию отсутствия дисторсии при различных увеличениях, т. е. к условию отсутствия дисторсии для одной пары сопряженных плоскостей, перпендикулярных оси, и к условию отсутствия аберрации в зрачках.

Повышение качества изображения, даваемого объективом, выполнимо за счет некоторого уменьшения светосилы; кроме того, понижение светосилы до 1:7,7—1:10 выгодно в отношении улучшения распределения освещенности.

§ 39. Распределение освещенности изображения при развертывании перспективных аэроснимков

Рассмотрение вопроса о распределении освещенности изображения при развертывании перспективных аэроснимков сводится по существу к исследованию распределения освещенности в двух сопряженных друг другу плоскостях, не перпендикулярных оси объектива $A_t A'_t$ (черт. 128).

Световой поток, излучаемый некоторым элементом ds предметной плоскости P_t по какому-либо направлению, определяется следующим образом:

$$dL = B \omega \cos i ds, \quad (395)$$

где B — яркость элемента ds , ω — телесный угол (апертура) светового потока, воспринимаемого объективом, определяемый площадью зрачка входа D , расстоянием от элемента ds до центра зрачка входа и углом светового потока к оси объектива, и i — угол оси потока с нормалью к поверхности элемента ds . Освещенность E' элемента ds' экранной плоскости P_t' , как и ранее, будет

$$E' = \frac{dL}{ds'} = B \omega \cos i \frac{ds}{ds'}. \quad (396)$$

Перейдем к совместному рассмотрению освещенностей изображений от двух элементов ds_1 и ds_2 предметной плоскости P_t . Обозначая все величины, относящиеся к элементу ds_1 , индексом 1 и величины, относящиеся к элементу ds_2 , индексом 2, находим

$$\Phi_{1,2} = \frac{E_2'}{E_1'} = \frac{B_2 \omega_2 \cos i_2 \frac{ds_2}{ds_2'}}{B_1 \omega_1 \cos i_1 \frac{ds_1}{ds_1'}}. \quad (397)$$

Формула (397) и выражает собою распределение освещенности изображения в самом общем виде.

Полагая один из элементов предметной плоскости расположенным на оси системы в точке A_t (например элемент ds_1), формула (397) может быть после ряда преобразований, которые мы здесь проделывать не будем¹, представлена в следующем виде:

$$\Phi(\beta) = \frac{E'}{E_0'} = \frac{B}{B_0} \left(1 - \frac{\operatorname{tg} \beta_\xi}{\operatorname{tg} \alpha'}\right)^3 F(\beta) \varphi(\beta), \quad (398)$$

где функции $F(\beta)$ и $\varphi(\beta)$ представляют из себя знакомые уже нам функции виньетирования и закон Ламберта, но выраженные от аргумента β (угла поля зрения), величины же β_ξ и α' выражают собою соответственно угол, составленный проекцией оси светового потока на меридиональную плоскость симметрии (плоскость чертежа) с осью объектива, и угол, составляемый экранной плоскостью P_t' с осью объектива, совершенно тождественные величинам, рассмотренным нами в § 37. Функция $\varphi(\beta)$ нам известна (глава IV, § 11)

$$\varphi(\beta) = \cos^4 \beta. \quad (399)$$

¹ См. работу автора „К вопросу о распределении освещенности в сопряженных плоскостях“. Сборник № 1 „Аэросъемка“ за 1934. НИИ Аэросъемки.

Функция же $F(\beta)$ различна для различных типов объективов. Однако, функция $F(\beta)$ с достаточной для практических целей точностью может быть выражена следующей приближенной формулой:

$$F(\beta) = 1 - \frac{2}{\pi} \frac{k}{\rho} \operatorname{tg} \beta \left(2 - \frac{1}{3} \frac{k^2}{\rho^2} \operatorname{tg}^2 \beta \right), \quad (400)$$

где ρ представляет из себя половину диаметра зрачка входа объектива (черт. 129), а величина k — половину длины объектива.

На основании (399) и (400) формула (398) может быть представлена в следующем виде:

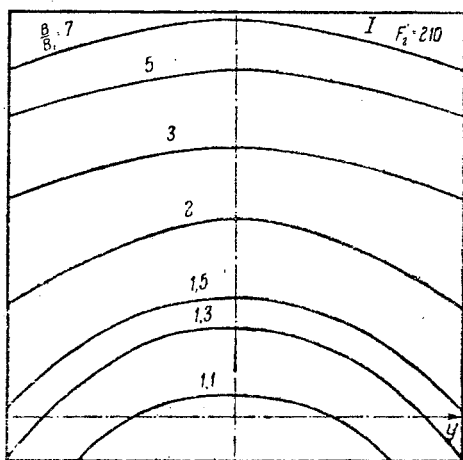
$$\Phi(\beta) = \frac{E'}{E_0} = \frac{B}{B_0} \left[1 - \frac{2}{\pi} \frac{k}{\rho} \operatorname{tg} \beta \left(2 - \frac{1}{3} \frac{k^2}{\rho^2} \operatorname{tg}^2 \beta \right) \right] \left(1 - \frac{\operatorname{tg} \beta \epsilon}{\operatorname{tg} \alpha'} \right)^3 \cos^4 \beta. \quad (401)$$

В качестве иллюстрации приведем графики необходимого распределения яркости по площади развертываемого аэроснимка для достижения равномерной освещенности изображения для двух конкретных случаев развертки аэроснимков:

1) в случае развертывания перспективных снимков, полученных при помощи широкополосной насадки НИИА (угол конвергенции $\varphi = 38^\circ$, фокусное расстояние объектива аэрокамеры



Черт. 129



Черт. 130

$F_1' = 210$ мм) посредством объектива, обладающего фокусной длиной F_2' , равной фокусной длине объектива аэрокамеры (развертывающий объектив не широкоугольный);

2) в случае развертывания тех же снимков, но при помощи широкоугольного объектива, обладающего фокусной длиной вдвое меньшей, чем фокусная длина объектива аэрокамеры.

В обоих случаях виньетирование объективов на краю рабочего поля зрения принято совершенно одинаковым. Развертывание снимков выполняется в масштаб $M_0 = \frac{F_1'}{H}$ планового снимка.

На чертеже 130 показано расположение кривых одинаковой яркости освещения на площади аэроснимка, необходимое для достижения равномерной освещенности изображения, в случае, когда развертывание аэроснимка производится посредством нешироко-

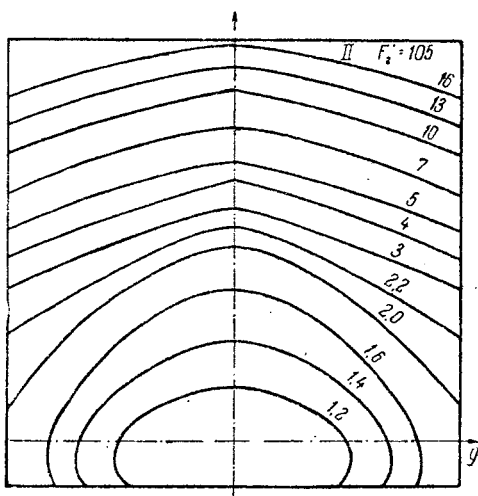
угольного объектива, обладающего полем зрения $2\beta = 52^\circ$ и фокусной длиной $F_2' = 210 \text{ мм} = F_1'$ (фокусной длине аэросъемочного объектива).

Формат развертываемого снимка $180 \times 180 \text{ мм}$.

Цифры показывают отношение яркости вдоль указанной кривой к яркости в точке, находящейся на оси объектива (пересечение осей ξ и η).

На черт. 131 представлено распределение кривых одинаковых яркостей для случая, когда развертывание аэроснимка выполняется широкоугольным объективом с полем зрения $2\beta = 96^\circ$ (фокусная длина $F_2' = 105$) того же самого аэроснимка, причем предполагается, что виньетирование первого объектива при угле зрения в 52° равно виньетированию второго (широкоугольного) объектива при угле зрения в 96° .

Сравнивая оба графика друг с другом, нетрудно убедиться, что для широкоугольного объектива необходима значительно большая неравномерность яркости освещения развертываемого аэроснимка, чем для объектива менее широкоугольного. Имея в виду, что увеличение яркости в различных участках развертываемого аэроснимка в значительной мере усугубляется низкой светосилой широкоугольных объективов и требует либо общего усиления яркости освещения аэроснимка, либо увеличения экспозиций, —



Черт. 131

при проектировании развертывающих станков следует отдавать предпочтение объективам неширокоугольным, так как увеличение мощности осветительной системы практически не всегда бывает удобным, а увеличение экспозиции создает понижение производительности развертываемого станка.

§ 40. Роль плоскопараллельных стекол. Компенсация

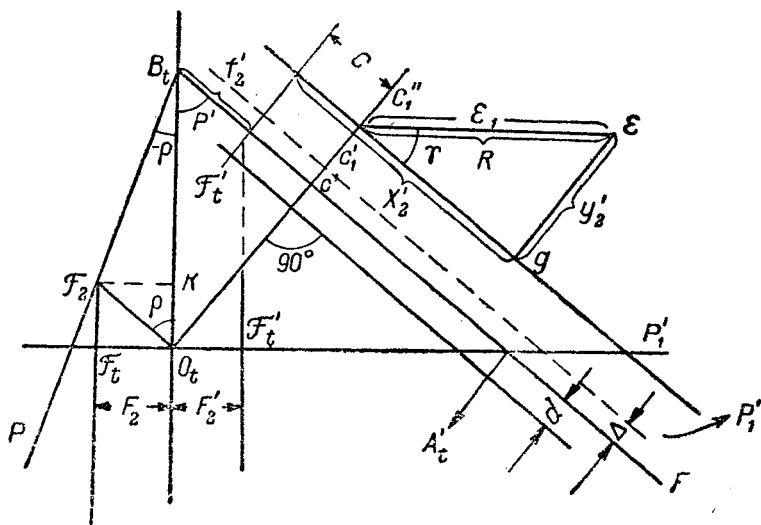
До сих пор, рассматривая процесс развертывания аэроснимков, мы полагали, что между объектом (развертываемый аэроснимок) и объективом, а также между объективом и изображением (развернутым) отсутствуют какие-либо промежуточные оптические системы. Такого рода предположение в известных случаях справедливо (при развертывании снимков, снятых на пластинках, например для снимков, даваемых камерой Ашенбренера, камерой Фербера).

Однако в случае съемки на пленке (весьма распространенной в настоящее время) развертываемый аэроснимок (фильм) прихо-

дится помещать между двумя стеклянными планпараллельными пластинками, в силу чего одна из планпараллельных пластинок помещается между объектом и объективом, нарушая тем самым принятое нами ранее положение.

Кроме того, для лучшего выравнивания поверхности бумаги, воспринимающей развернутое изображение, точно так же применяют планпараллельную стеклянную пластинку, прижимающую бумагу к поверхности стола или экранной плоскости.

Таким образом в большинстве случаев нам приходится при развертывании аэроснимков иметь дело с одной или двумя планпараллельными пластинками, наклонными к оси объектива и находящимися в ходе лучей. Ранее (глава VI § 19) мы установили, что введение планпараллельной пластинки, перпендикулярной оси в схо-



Черт. 132

дщемся ходе лучей, вызывает смещение плоскости изображения, проявление аберрации в зрачке и появление дисторсии (искажение изображения).

Нетрудно видеть, что и в случае развертывания аэроснимков эти явления будут точно так же иметь место, усложненные, однако, тем обстоятельством, что нам придется иметь дело с наклонными к оси планпараллельными пластинками т. е. с нарушением симметрии вокруг оси объектива.

Перейдем к рассмотрению условий работы наклонной планпараллельной пластинки, расположенной между объективом O_t и экранной плоскостью P'_1 (черт. 132).

Опустим из точки O_t перпендикуляр $O_t C'_1$ на плоскость P'_1 (плоскость планпараллельной пластинки), который условимся называть осью планпараллельной пластинки.

Смещение плоскости всего изображения будет происходить (как и ранее) в направлении этой оси, величина смещения Δ легко определяется на основании (180) § 19 главы VI.

Полагая, что d мало и n есть коэффициент преломления стекла, из которого изготовлена планпараллельная пластинка, находим

$$\Delta = \frac{d}{n} (n - 1). \quad (402)$$

Перейдем к определению искажений, даваемых планпараллельной пластинкой. В нашем случае роль y_0' в формуле (182) § 19 главы VI играет величина R (на черт. 132 отдельно показан вид на плоскость P_1' в направлении оси $O_t C'$). Величина β , входящая в формулу (182) § 19, определяется из соотношения

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{R}{O_t C'}. \quad (403)$$

Определим величину R . Из чертежа имеем

$$R = \sqrt{(x_2' - c)^2 + y_2'^2}, \quad (404)$$

где c есть расстояние от заднего фокуса F_2' экранной плоскости P' до точки C' пересечения оси $O_t C'$ с экранной плоскостью. Определим величину $O_t C'$. Из чертежа имеем

$$O_t C' = O_t B_t \sin \rho'. \quad (405)$$

Далее находим

$$O_t B_t = O_t K + K B_t = -\frac{F_2}{-\operatorname{tg} \rho} + \frac{-F_2}{\operatorname{tg} \rho'} = (\operatorname{ctg} \rho' - \operatorname{ctg} \rho) F_2', \quad (406)$$

отрезок $B_t C'$ равняется

$$B_t C' = f_2' + c = O_t B_t \cos \rho'. \quad (407)$$

Пользуясь (406) и (407), определяем c :

$$c = F_2' (\operatorname{ctg} \rho' - \operatorname{ctg} \rho) \cos \rho' - f_2'. \quad (408)$$

На основании (403), (404), (405), (406) и (407) определяем

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\sqrt{[x_2' + f_2' - (\operatorname{ctg} \rho' - \operatorname{ctg} \rho) \cos \rho' F_2']^2 + y_2'^2}}{F_2' (\operatorname{ctg} \rho' - \operatorname{ctg} \rho) \sin \rho'} \quad (409)$$

и величину дисторсии ΔR на основании (182)

$$-\Delta R = \frac{d}{n} \left(1 - \frac{\cos \beta}{\cos \beta'} \right) \operatorname{tg} \beta, \quad (410)$$

при чем величины β и β' , как и ранее, связаны соотношением § 19 (172)

$$n \sin \beta' = \sin \beta. \quad (411)$$

Следует всегда иметь в виду, что искажения, вносимые планпараллельной пластинкой, всегда направлены к оси $O_t C'$ пластинки, т. е. радиально.

Совершенно аналогичным способом можно определить искажения на предметной плоскости, вносимые планпараллельной пластинкой, помещенной между нею и объективом. Эти искажения вызы-

вают в свою очередь искажения развернутого изображения; определение этих вторичных искажений может быть произведено по законам трансформирования изображения, разобранным уже выше.

Следует особо отметить, что вследствие нарушения симметрии относительно оси объектива искажения, вносимые наклонными планпараллельными пластинками, не могут быть скомпенсированы путем учета их при расчете объектива; способом частичной компенсации этих искажений могут служить введение дополнительной наклонной пластинки в ходе лучей, соответственно подобранной как по толщине, так и по углу наклона, а также и частичные отступления от выполнения условий развертки.

Аналитический разбор компенсации искажений, вносимых наклонными планпараллельными пластинками, представляет значительные трудности и может служить предметом специального исследования; практически же компенсирование искажений может быть в той или иной степени достигнуто путем экспериментального подбора компенсатора (дополнительной планпараллельной пластинки) и юстировки развертывающего станка.

При этом, однако, следует иметь в виду, что положение компенсатора (в отношении расстояний) не играет никакой роли.

§ 41. Пути развития развертывающей и трансформирующей оптики

Обратимся к формулам (371) § 37 главы X

$$\sin \rho = \frac{F_2'}{MN} \sin \varphi; \quad \sin \rho' = -\frac{F_2'}{F_1'} \sin \varphi, \quad (412)$$

связывающих между собою величины фокусных длин съёмочного и развертывающего объективов, угол конвергенции, масштаб и высоту полета и углы предметной и экранной плоскостей с главной плоскостью развертывающего объектива.

Всматриваясь в выражение для синуса угла наклона ρ' экранной плоскости, мы видим, что величина этого угла зависит только от величин фокусных длин съёмочного и развертывающего объективов и от угла конвергенции φ , т. е. от величин, являющихся постоянными для одной и той же аэрокамеры и развертывающего станка, и совершенно не зависит от величины масштаба M окончательной развертки.

Инженером В. И. Семеновым была предложена основанная на этом принципе конструкция развертывающего станка, дающего возможность получения развертки в желаемом масштабе.

Однако следует отметить, что требования, которым должен будет удовлетворять объектив развертывающего станка в этом случае, несколько усложняются, так как возрастает диапазон изменения увеличений, что кроме того вызывает изменения искажений, даваемых плоскопараллельными стеклами для прижима фильма и бумаги.

Более подробные сведения о конструкции развертывающего станка с переменным масштабом приведены в работе инженера В. И. Семенова „Теория трансформации“, изд. УКГВФ. Лнгр. 1933 г.

Точно такое же повышение требований, предъявляемых к оптике, имеет место и в конструкции перспективного трансформатора инж. Г. В. Романовского.

Совершенно особый интерес представляет из себя идея трансформатора, обладающего объективом с переменным фокусным расстоянием, высказанная инж. В. И. Семеновым, однако в несколько измененной транскрипции. Действительно, обращая внимание на формулу (355) § 36 главы IX

$$V_t = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{F_1'}{F_2'}\right)^2}}, \quad (413)$$

являющуюся приближенным условием отсутствия децентрации аэронегатива в трансформаторе, связывающую между собою увеличение V_t трансформатора с фокусными длинами съёмочного и трансформирующего объективов F_1' и F_2' , нетрудно видеть, что выполнение условия отсутствия децентрации при изменении величины увеличения трансформатора V_t влечет за собою необходимость изменения фокусной длины объектива трансформатора F_2' .

Таким образом, применяя для целей трансформации объектив, обладающий переменной фокусной длиной, возможно создать конструкцию трансформатора, в котором децентрация аэронегатива будет устранена и тем самым будут созданы оптимальные условия для использования угла поля зрения объектива трансформатора, а также и значительно упрощен весь процесс трансформирования (упрощение наводки), что в корне отличается от основной идеи трансформатора, обладающего переменным фокусным расстоянием, — идеи восстановления подобной световой пирамиды при трансформировании.

Следует особо подчеркнуть, что создание объективов, обладающих переменным фокусным расстоянием при сохранении коррекции, необходимой для целей трансформирования, является весьма сложной и серьезной задачей; весьма возможно, что создание каких-либо новых методов трансформации отодвинет эту задачу на второй план.

ГЛАВА XI

ОПТИКА РЕПРОДУКЦИОННАЯ

§ 42. Требования, предъявляемые к репродукционной оптике. Фокусные длины. Габаритные размеры

Задачей репродукционной оптики является, как известно, пересъемка уже смонтированных из трансформированных аэроснимков планшетов, их уменьшение или увеличение, а также и пересъемка карт, исполненных в тех или иных красках; отсюда проистекают следующие основные требования, предъявляемые к оптике репродукционной.

I. Репродукционная оптика должна давать возможность пересъемки объектов, обладающих большими линейными размерами.

II. Репродукционная оптика должна давать возможность пересъемки при различных увеличениях.

III. Репродукционная оптика должна иметь весьма высокое качество изображения, дабы процесс пересъемки не ухудшал качества изображения окончательной продукции как в отношении резкости, так и в отношении дисторсии.

IV. Репродукционная оптика должна давать возможность пересъемки цветных объектов.

V. В отношении светосилы требования, предъявляемые к репродукционной оптике, не велики; однако экспозиции при репродуцировании должны позволять производство работ на мокром коллодионе, т. е. порядка не более 18 секунд, что соответствует относительным отверстиям не ниже 1:12.

VI. Репродукционная оптика должна давать незеркальное изображение. При репродуцировании предметная и экранная плоскости перпендикулярны оси репродуцирующего объектива; в силу этого децентрация репродуцируемого объекта равна нулю.

На основании этого нетрудно установить связь между полем зрения репродукционного объектива $2\beta_R$, фокусной длиной F_R' , увеличением V_R и радиусом (половиною диагонали репродукционного планшета) r круга, репродуцируемого объективом.

На основании (351) и (350) находим, помня, что децентрация a равна нулю, и заменяя F_R через F_R' ,

$$\operatorname{tg} \beta_R = \frac{r}{F_R' \left(1 - \frac{1}{V_R}\right)}, \quad (414)$$

откуда, в случае $V_R = -1$, получаем для F_R'

$$F_R' = \frac{r}{2 \operatorname{tg} \beta_R}. \quad (415)$$

Поле зрения репродукционных объективов (как это мы увидим далее) нормальных типов не представляется возможность иметь более $35-40^\circ$ ($2\beta_R$); поэтому выполнение условий (414) или (415) возможно лишь (при больших размерах репродуцируемого объекта) путем соответственного увеличения фокусной длины F_R' . Так, например, в случае репродуцирования объекта (планшета или карты), размером $1000 \text{ мм} \times 1000 \text{ мм}$ (диагональ $2r = 1000 \sqrt{2} = 1414 \text{ мм}$) при увеличении $V_R = -1$ и поле зрения объектива $2\beta_R = 36^\circ$, получаем

$$F_R' = \frac{707 \text{ мм}}{2 \operatorname{tg} 18^\circ} = 1090 \text{ мм} \sim 1100 \text{ мм}.$$

При размерах предметной и экранной плоскостей, равных друг другу, максимальное поле зрения получается при репродуцировании в натуральную величину, т. е. при $V_R = -1$.

Действительно, из рассмотрения формулы (414) видно, что при репродуцировании с уменьшением $V_R < 1$ необходимое поле зрения объектива уменьшается; репродуцирование с увеличением возможно лишь для объектов, меньших нежели размеры предметной плоскости, так как величина изображения, даваемого объективом, не должна превосходить размеров экрана, т. е. всегда должно иметь место, обозначая через r' радиус изображения,

$$r \cong \frac{r'}{V_R}. \quad (416)$$

На основании (416) формула (414) может быть преобразована

$$\operatorname{tg} \beta_R = \frac{r'}{F_R' (V_R - 1)}, \quad (417)$$

откуда нетрудно усмотреть, что при значениях $V_R > 1$ необходимое поле зрения репродуцирующего объектива точно также уменьшается.

Определение расстояния между предметной и экранной плоскостями может быть произведено по формуле (359) § 36 главы IX

$$L = \left(2 - V_R - \frac{1}{V_R}\right) F_R'. \quad (418)$$

Так, например, полагая $V_R = -2$ для случая рассмотренного нами выше, находим

$$L = \left(2 + 2 + \frac{1}{2}\right) 1100 = 4950 \text{ мм} \cong 5 \text{ м}.$$

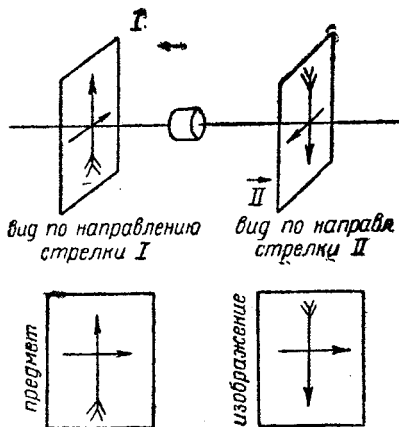
Перейдем к рассмотрению оборачивания изображения, даваемого репродукционными объективами (чертеж 133). Рассмотрение репродуцируемого объекта и его изображения, даваемого объективом, может происходить (вследствие того, что как объект, так и его изображение непрозрачны) лишь со стороны объектива, т. е. по направлениям, указанным на чертеже стрелками I и II, причем картины, видимые как в направлении стрелки I (объект), так и в направлении стрелки II (изображение), представлены соответственно на чертеже 133.

Сопоставляя картину, видимую по направлению стрелки I, с картиной, видимой по направлению стрелки II, нетрудно видеть, что изображение по отношению к объекту имеет зеркальное оборачивание, так как оно обернуто лишь в вертикальном направлении.

Для устранения зеркальности изображения необходимо, как известно (§ 20 главы VI), добавить еще одно зеркальное оборачивание путем введения нечетного числа отражений, обычно одного отражения.

Введение этого дополнительного отражения осуществляется конструктивно различными способами, а именно:

1) посредством введения в ход лучей зеркала (обычно стального или с наружным серебрением) до или после объектива;



Черт. 133

2) посредством введения в ход лучей отражательной призмы до или после объектива;

3) посредством введения отражательной призмы, помещаемой между линзами объектива.

Введение отражательной призмы сводится, как известно, к введению толстой планпараллельной пластинки до или после объектива; введение такой планпараллельной пластинки вызывает, как это мы видели ранее (глава VI, § 19), появление сферической аберрации и дисторсии (а также и аберрации в зрачке). Поэтому применение отражательной призмы, помещенной в ходе лучей до или после объектива, допустимо лишь только в том случае, когда такая призма принимается во внимание при расчете объектива.

Введение отражательной призмы между линзами объектива выполняется уже при расчете объектива, так как для помещения призмы необходимо обеспечить достаточно большое расстояние между линзами. Использование для целей оборачивания изображения стеклянных зеркал с внутренним серебрением приводит к введению в ход лучей наклонной планпараллельной пластинки, что, как это мы видели в § 40 главы X, приводит нас к несимметричным искажениям относительно оси объектива и в силу этого не может быть скомпенсировано путем соответственного расчета объектива. Наиболее простым и удобным является применение стального зеркала (или зеркала с наружным серебрением), совершенно не нарушающего коррекции объектива; главнейшими недостатками этого способа следует считать большие потери света при отражении от зеркала и возможность потемнения зеркала (в случае, если зеркало не хромировано и изготовлено не из нержавеющей стали).

Кроме того следует всегда иметь в виду, что устранение зеркальности изображения может быть достигнуто вторичным репродуцированием.

§ 43. Основные свойства репродукционных объективов. Кривизна, относительное качество изображения

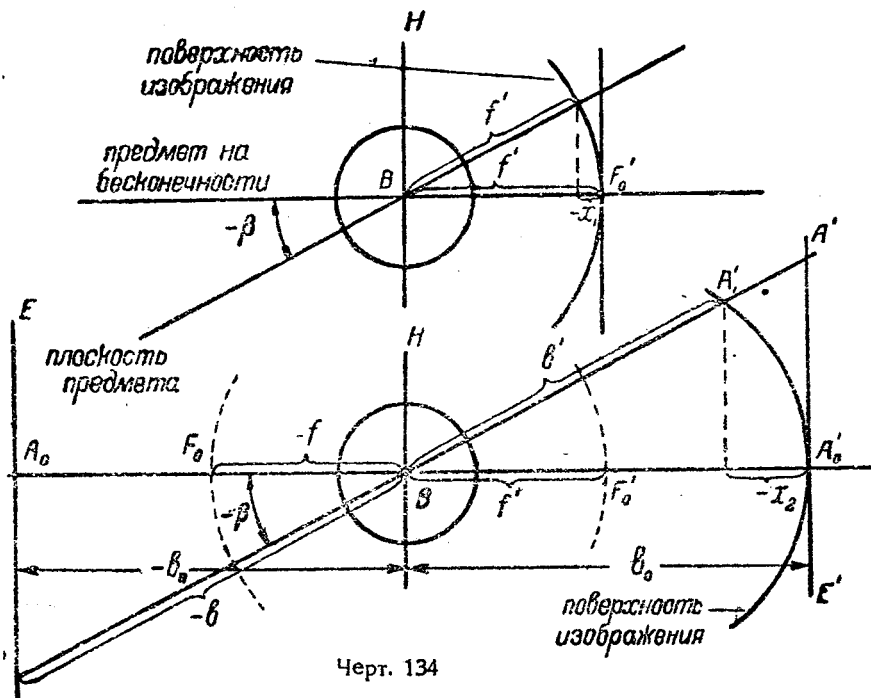
В предшествующем параграфе мы установили, что для репродукции объектов, обладающих большими линейными размерами, необходимо применение репродукционных объективов, весьма длиннофокусных.

Имея в виду, что для удовлетворения условия резкости изображения нам необходимо сохранение поперечных аберраций (размеров кружков рассеяния), по своим абсолютным величинам не превышающих таковых для короткофокусных объективов (например употребляемых при трансформации), нетрудно прийти к выводу, что относительное качество изображения (отношение линейных размеров кружков рассеяния к фокусной длине объектива) для длиннофокусных репродукционных объективов должно быть значительно повышено по сравнению с короткофокусными репродукционными объективами (в отношении фокусных длин объективов). Это обстоятельство в значительной мере еще усугубляется, если репродукционный объектив, работающий при увеличении единица или выше, сравнивать с объективом, предназначенным для съемки удаленных объектов.

Поясним сказанное на примере концентрической линзы, рассмотренной нами в § 15 главы V (черт. 134).

Обе фокальные поверхности концентрической линзы, вследствие полной симметрии линзы относительно своего центра представляют из себя сферические поверхности, имеющие своим центром центр линзы.

Поэтому в случае, когда предмет находится на бесконечности, изображение располагается на задней фокальной поверхности нашей линзы.



Черт. 134

Определим отступление x_1 поверхности изображения от плоскости, соответствующей изображению по законам оптики солинейного сродства.

Из чертежа (черт. 134) легко находим

$$f' \cos \beta - x_1 = f', \quad (419)$$

где f' — фокусная длина нашей линзы и β — угол поля зрения, для которого определяется отступление x_1 поверхности изображения от плоскости.

Из (419) определяем x_1

$$-x_1 = f' (1 - \cos \beta). \quad (420)$$

Перейдем теперь к рассмотрению работы той же самой концентрической линзы при увеличении $V = -1$ (черт. 134) и при том же самом угле поля зрения β .

Из чертежа (черт. 134) имеем

$$BA_1 = \frac{BA_0}{\cos \beta}; \quad BA' = \frac{BA_0'}{\cos \beta}. \quad (421)$$

В случае, если $V = -1$, отрезки BA_0 и BA_0' , равные $-b_0$ и b_0' , как известно, определяются

$$BA_0 = -b_0 = -2f; \quad BA_0' = b_0' = 2f'. \quad (422)$$

На основании (421) и (422) находим

$$BA_1 = -b = \frac{-b_0}{\cos \beta} = \frac{-2f}{\cos \beta}. \quad (423)$$

Составим соотношение $\frac{f}{b}$, пользуясь (423),

$$\frac{f}{b} = \frac{1}{2} \cos \beta. \quad (424)$$

Определим отрезок b' , пользуясь формулой отрезков от главных точек [формула (10) § 3 главы I]

$$1 = \frac{f}{b} + \frac{f'}{b'}, \quad (425)$$

откуда

$$b' = \frac{f'}{1 - \frac{f}{b}} = \frac{f'}{1 - \frac{1}{2} \cos \beta}. \quad (426)$$

Далее из чертежа имеем

$$x_2 = A_1' A' \cos \beta \quad (427)$$

и

$$A_1' A' = BA' - BA_1' = BA' - b'. \quad (428)$$

Основываясь на (421), (422), (426), (427) и (428), находим

$$-x_2 = \left(2 - \frac{\cos \beta}{1 - \frac{1}{2} \cos \beta}\right) f' \quad (429)$$

или

$$-x_2 = \frac{2(1 - \cos \beta) f'}{1 - \frac{1}{2} \cos \beta} \quad (430)$$

и, заменяя $(1 - \cos \beta) f'$ через $-x_1$, на основании (420)

$$x_2 = \frac{2}{1 - \frac{1}{2} \cos \beta} x_1, \quad (431)$$

откуда видно, что величина x_2 возрастает по сравнению с величиной x_1 более, чем вдвое. Если угол β не превышает $15-20^\circ$ (половина поля зрения объектива), имеем численно

$$x_2 = \frac{2}{1 - \frac{1}{2} \cos 20^\circ} x_1 = \frac{2x_1}{1 - 0,5 \cdot 0,94} = \frac{2x_1}{0,53} \cong 4x_1,$$

т. е. отступления поверхности изображения от плоскости кривизны при репродуцировании с увеличением единицы возрастают по сравнению с таковыми же отступлениями при съемке удаленных предметов приблизительно вчетверо.

Однако поперечные aberrации при переходе к репродуцированию возрастают менее сильно. Величина поперечной aberrации определяется, как известно, произведением из продольной aberrации (в нашем случае величины x_1 и x_2) на отношение высоты h выходящего луча на зрачке к расстоянию ξ' от зрачка выхода до изображения, т. е. [формула (137) § 15 главы V]

$$\sigma' = \frac{h'}{\xi'} x_1'. \quad (432)$$

Высота h_1 (половина диаметра зрачка выхода) в обоих случаях остается постоянной; величины ξ_1' и ξ_2' соответственно каждому случаю определяются, полагая положение зрачка выхода совпадающим с задней главной плоскостью

$$\xi_1' = f'; \quad \xi_2' = 2f'. \quad (433)$$

Пользуясь (433) и (432), определим σ_1' и σ_2' для обоих случаев

$$\sigma_1' = \frac{h'}{f'} x_1; \quad \sigma_2' = \frac{h'}{2f'} x_2. \quad (434)$$

Составляя соотношение σ_2' и σ_1' из (434), находим

$$\frac{\sigma_2'}{\sigma_1'} = \frac{1}{2} \cdot \frac{x_2}{x_1} \quad (435)$$

или, имея в виду проделанный нами численный пример,

$$\frac{\sigma_2'}{\sigma_1'} \cong 2, \quad (436)$$

т. е. при переходе к репродуцированию кружки рассеяния из-за увеличения кривизны поверхности изображения возрастают вдвое, в силу чего при репродуцировании относительное отверстие необходимо уменьшать примерно вдвое путем диафрагмирования объектива.

Нормальные аэросъемочные объективы имеют при фокусной длине в 200 мм и угле поля зрения $2\beta = 55 - 60^\circ$ относительное отверстие 1:4,5, при использовании же их для целей репродуцирования (например в трансформаторе) их необходимо диафрагмировать до 1:9.

Необходимость сохранения относительного отверстия для репродукционных объективов порядка 1:9—1:12 при фокусных длинах, дающих возможность пересъемки объектов, обладающих большими линейными размерами, заставила искать других способов обеспечения резкости изображения путем сохранения абсолютных величин поперечных aberrаций, возникающих вследствие зональных отступлений кривизны поверхности изображения и астигматизма, в частности, посредством уменьшения поля зрения объектива, что и было нами уже указано в предыдущем параграфе.

Требования, предъявляемые к репродукционным объективам в отношении исправления дисторсии по сути дела одинаковы с требованиями, предъявляемыми к объективам трансформаторов и развертывающих станков и сводятся к условию исправления дисторсии при каком-либо одном увеличении и к условию отсутствия аберрации в зрачках.

Характерные отличия в коррекции репродукционных объективов вызывает требование выполнения репродукций с цветных объектов.

Необходимость точного совпадения изображений, даваемых цветными элементами объекта, вызывает необходимость хроматического исправления объектива для нескольких цветов, охватывающих более или менее полно весь видимый спектр (в частности линии спектра C , D и G'), в отличие от обыкновенной хроматической коррекции на каких-либо 2 цветах (обычная фотографическая коррекция — линии D и G').

Репродукционные объективы, исправленные на 3 цвета, носят название репродукционных объективов апохроматов. Задачей, стоящей в настоящий момент перед репродукционной оптикой, является уменьшение габаритных размеров всей репродукционной установки, в частности уменьшение расстояния между предметной и экранной плоскостями.

Решение этой задачи, как это нетрудно видеть из формулы (418) предыдущего параграфа, требует уменьшения фокусной длины объектива, что в свою очередь требует увеличения поля зрения объектива вследствие (414) и (417).

Увеличение поля зрения репродукционного объектива помимо затруднений чисто расчетного характера усугубляется еще и тем обстоятельством, что компенсирование зеркальности изображения при больших углах поля зрения уже не может быть осуществлено посредством применения зеркала; применение же отражательных призм, помещенных до или после объектива, настолько усложняет расчет объектива (вследствие необходимости компенсации аберрации в зрачке, вносимой призмой), что практически не представляется возможным.

В силу этого для компенсации зеркальности изображения остается лишь метод помещения отражательной призмы между линзами объектива, либо компенсация зеркальности изображения посредством вторичной пересъемки.

ДОПОЛНЕНИЯ К ГЛАВАМ IX, X и XI

1. Условие Штебле постоянства дисторсии при изменении увеличения (черт. 135). $AB = -y = -y_0$ — положение предмета; $A'B' = y'$ — действительное изображение; $A'B'_0 = y'_0$ — изображение по законам солинейного сродства; dt и dt' — аберрация в зрачках системы; β и β' углы с осью действительного луча, для которого определяется дисторсия; F и F' — передний и задний фокуса системы; n и n' — коэффициенты преломления до и после системы. Из чертежа имеем из $\triangle ABC$

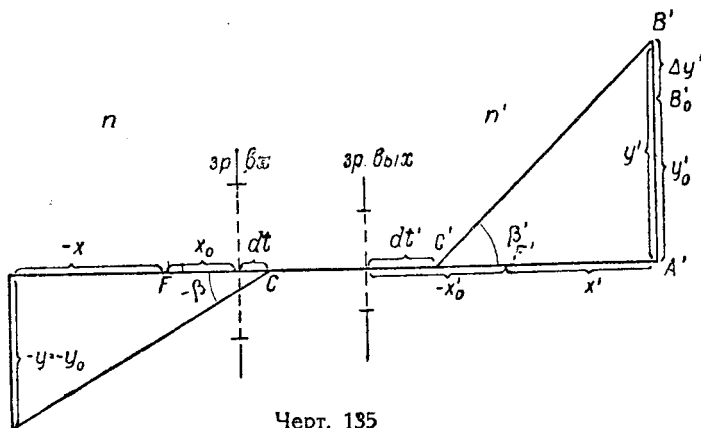
$$y = y_0 = (dt + x_0 - x) \operatorname{tg} \beta = f \left(\frac{dt}{f} + \frac{1}{V_0} - \frac{1}{V} \right) \operatorname{tg} \beta, \quad (1)$$

где V_0 — увеличение в зрачках системы; $V = \frac{y'_0}{y_0}$ — увеличение в точках A и A' . Аналогично (1) из $\triangle A'B'C'$ получаем

$$y' = (dt' + x'_0 - x') \operatorname{tg} \beta' = f' \left(\frac{dt'}{f'} + V_0 - V \right) \operatorname{tg} \beta'. \quad (2)$$

Определим y'_0 . Находим

$$\begin{aligned} y'_0 &= V y_0 = f V \left(\frac{dt}{f} + \frac{1}{V_0} - \frac{1}{V} \right) \operatorname{tg} \beta = \\ &= \frac{f}{V_0} \left(\frac{V V_0 dt}{f} + V - V_0 \right) \operatorname{tg} \beta \end{aligned} \quad (3)$$



Черт. 135

или, помня, что

$$\begin{aligned} \frac{f'}{f} &= -\frac{n'}{n}, \\ y'_0 &= \frac{n f'}{n' V_0} \left[\frac{n' V V_0 dt}{n f'} + V_0 - V \right] \operatorname{tg} \beta. \end{aligned} \quad (4)$$

Для дисторсии вообще имеем

$$\begin{aligned} \Delta &= \frac{\Delta y'}{y'_0} = \frac{y' - y'_0}{y'_0} = \frac{y'}{y'_0} - 1 = \\ &= \frac{n' V_0 \left(\frac{dt'}{f'} + V_0 - V \right) \operatorname{tg} \beta'}{n \left(\frac{n' V V_0 dt}{n f'} + V_0 - V \right) \operatorname{tg} \beta} - 1. \end{aligned} \quad (5)$$

Изменяя увеличение V на V_1 и полагая дисторсию $\Delta_1 = \Delta = \text{const}$, находим, приравнявая разность $\Delta - \Delta_1$ нулю,

$$\begin{aligned} \Delta - \Delta_1 = 0 &= \frac{n' V_0}{n} \frac{\operatorname{tg} \beta'}{\operatorname{tg} \beta} \left[\frac{\frac{dt'}{f'} + V_0 - V}{\frac{n' V V_0 dt}{n f'} + V_0 - V} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{\frac{dt'}{f'} + V_0 - V_1}{\frac{n' V_1 V_0 dt}{n f'} + V_0 - V_1} \right]. \end{aligned} \quad (6)$$

Откуда сейчас же следует

$$\frac{\frac{dt'}{f'} + V_0 - V}{\frac{dt'}{f'} + V_0 - V_1} = \frac{\frac{n' V V_0 dt}{n f'} + V_0 - V}{\frac{n' V_1 V_0 dt}{n f'} + V_0 - V_1} \quad (7)$$

или

$$\begin{aligned} \frac{dt'}{f'} \left[\frac{n' V_1 V_0 dt}{n f'} + V_0 - V_1 \right] + \frac{n' V_1 V_0 dt}{n f'} (V_0 - V) + (V_0 - V) (V_0 - V_1) = \\ = \frac{dt'}{f n'} \left[\frac{n' V V_0 dt}{n f'} + V_0 - V \right] + \\ + \frac{n' V V_0 dt}{n f'} (V_0 - V_1) + (V_0 - V) (V_0 - V_1). \end{aligned} \quad (8)$$

Далее находим

$$\frac{dt'}{f'} \left[\frac{n' V_0 dt}{n f'} - 1 \right] (V_1 - V) + \frac{n' V_0^2 dt}{n f'} (V_1 - V) = 0 \quad (9)$$

или

$$\frac{dt'}{V_0 f'} = - \frac{1}{1 - \frac{n' V_0 dt}{n f'}}. \quad (10)$$

Полученное выражение совершенно не зависит от V и V_1 , а потому и является условием постоянства дисторсии в общем виде.

Займемся некоторыми преобразованиями. Пренебрегая ошибками высшего порядка малости по отношению к величинам dt и dt' , находим

$$dt' = \frac{n'}{n} V_0^2 dt. \quad (11)$$

Продольное увеличение q равняется

$$q = - \frac{f'}{f} V_2 = - \frac{n'}{n} V_2. \quad (12)$$

Таким образом, называя q_0 продольное увеличение в зрачках

$$dt' = q_0 dt, \quad (13)$$

т. е., иными словами, отрезки dt' и dt должны удовлетворять формулам солинейного сродства, или, что то же, должно иметь место отсутствие абберации в зрачках, перенесенных на величины dt и dt' .

Штебле дает это выражение в иной форме.

Увеличение V_0 в зрачках может быть представлено

$$V_0 = - \frac{f}{x_0} = - \frac{x_0'}{f'}. \quad (14)$$

Таким образом

$$V_0^2 = \frac{x_0'}{x_0} \frac{f}{f'} = - \frac{n}{n'} \frac{x_0'}{x_0}. \quad (15)$$

На основании (15), (11) может быть преобразовано

$$\frac{dt'}{x_0'} = - \frac{dt}{x_0} \quad (16)$$

— форма, в которой условие постоянства дисторсии и было дано Штебле. Определим величину дисторсии, полагая условие Штебле удовлетворительным. Полагая зрочки в точках C и C' , мы получаем

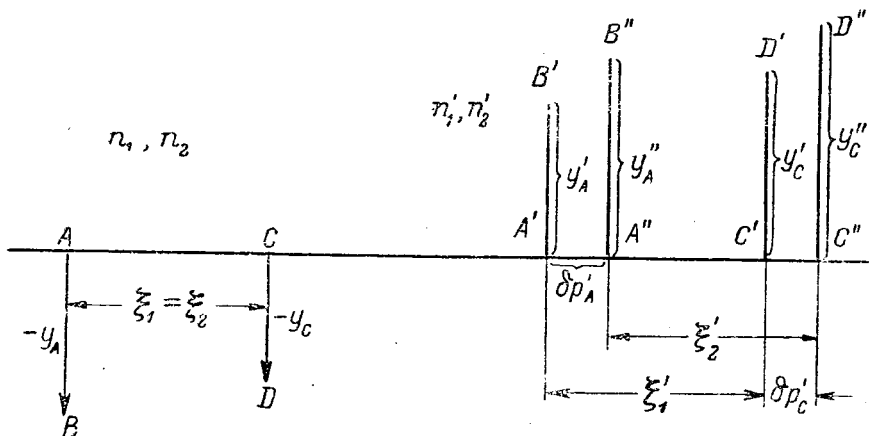
$$dt^1_c = dt_c = 0 \quad (17)$$

и, определяя увеличение в точках C и C' через V_c , находим, пользуясь (5) и заменяя всюду V_0 через V_c ¹,

$$\Delta = \frac{n' \operatorname{tg} \beta'}{n \operatorname{tg} \beta} V_c - 1 = \frac{n' \rho^1_c \operatorname{tg} \beta'}{n \rho^1_c \operatorname{tg} \beta} - 1. \quad (18)$$

Приравнявая (18) нулю, получаем, совместно с условием Штебле, условие ортоскопии при любых увеличениях

$$n' \rho^1_c \operatorname{tg} \beta' = n \rho_c \operatorname{tg} \beta \quad (19)$$



Черт. 136

условие, тождественное с инвариантой Лагранж-Гельмгольца; таким образом величины $\operatorname{tg} \beta'$ и $\operatorname{tg} \beta$ должны также удовлетворять законам солинейного средства.

2. Ахроматизация вдоль оси. Условие проф. Игнатовского. Предположим (черт. 136), что мы имеем в пространстве предметов два предмета, y_A и y_C , расположенных в точках A и C . В пространстве изображений для каких-либо двух различных цветов спектра мы получим, вообще говоря, различные изображения одного и того же предмета y' и y'' как по величине, так и по положению. Обозначая хроматизм положения через $\delta \rho'$, мы из чертежа получаем

$$\delta \rho A' + \xi_2' = \xi_1' + \delta \rho C', \quad (20)$$

¹ Можно легко показать, что величины V_0 и V_c будут мало отличаться друг от друга и, пренебрегая ошибками высшего порядка малости, могут быть заменяемы в наших формулах.

при чем величины ξ_1' и ξ_2' суть не что иное как отрезки, сопряженные отрезку $\xi_1 = \xi_2$ для выбранных нами двух цветов. Обозначая через Q' и Q'' продольные увеличения для отрезков ξ для обоих цветов, находим

$$\delta p_{C'} = \delta p_{A'} - \xi_1' + \xi_2' = \delta p_{A'} + \xi(Q'' - Q'), \quad (21)$$

откуда получаем условие постоянства хроматизма положения вдоль всей оси

$$Q'' - Q' = 0. \quad (22)$$

Для продольного увеличения вообще имеем [(21) § 3 главы I]

$$Q = -\frac{f'}{f} V_1 V_2 = \frac{n'}{n} V_1 V_2, \quad (23)$$

где V_1, V_2 суть увеличения на концах отрезков ξ и ξ' . Таким образом (22) может быть преобразовано

$$\frac{Q''}{Q'} = 1 = \frac{n_2' n_1}{n_1' n_2} \frac{V_{A''} V_{C''}}{V_{A'} V_{C'}}, \quad (24)$$

где $V_{A''}, V_{C''}, V_{A'}$ и $V_{C'}$ — увеличения соответственных цветов в соответственных точках. Преобразуем (24) далее, вводя числа Аббе

$$\mu = \frac{n-1}{\Delta n} \quad \text{и} \quad \nu = \frac{1}{n}$$

$$1 = \frac{Q''}{Q'} = \frac{1 + \frac{1-\nu'}{\mu'}}{1 + \frac{1-\nu}{\mu}} \frac{V_{A''} V_{C''}}{V_{A'} V_{C'}}. \quad (25)$$

Займемся вторым условием хроматизма. Имеем

$$\begin{aligned} \frac{\Delta V_{A'}}{V_{A'}} &= \frac{V_{A''} - V_{A'}}{V_{A'}} = \frac{V_{A''}}{V_{A'}} - 1, \\ \frac{\Delta V_{C'}}{V_{C'}} &= \frac{V_{C''} - V_{C'}}{V_{C'}} = \frac{V_{C''}}{V_{C'}} - 1, \end{aligned} \quad (26)$$

Налагая условие постоянства и для хроматизма увеличения

$$\frac{\Delta V_{A'}}{V_{A'}} = \frac{\Delta V_{C'}}{V_{C'}} = \text{const} \quad (27)$$

находим

$$\frac{V_{A''}}{V_{A'}} = \frac{V_{C''}}{V_{C'}}. \quad (28)$$

Формула (28) и выражает собою условие постоянства хроматизма увеличения.

Полагая в (21) $\delta p_{A'} = 0$, мы, совместно с (25), получаем условие уничтожения хроматизма положения вдоль всей оси; если при этом соблюдено условие (28) постоянства хроматизма увеличения, то в случае, если

$$\frac{1-\nu'}{\mu'} \neq \frac{1-\nu}{\mu}, \quad (29)$$

удовлетворение второму условию хроматизма вообще невозможно; в случае же

$$\frac{1-\nu'}{\mu'} = \frac{1-\nu}{\mu} \quad (30)$$

будет иметь место автоматическое соблюдение II условия ахроматизации при всех увеличениях. Действительно, обозначая через η

$$\eta = \frac{1 + \frac{1-\nu'}{\mu'}}{1 + \frac{1-\nu}{\mu}}, \quad (31)$$

в случае (29) имеем $\eta \neq 1$ и в случае (30) $\eta = 1$; пользуясь далее (25) и (27), находим

$$\frac{V_C}{V_{C'}} = \frac{V_{A''}}{V_{A'}} = \frac{1}{V\eta}, \quad (32)$$

для удовлетворения же второго условия хроматизма ($\frac{\Delta V}{V} = 0$) в обоих случаях необходимо, на основании (26), равенство (32), а следовательно, и (31) единице. Формула (31) показывает нам на невозможность удовлетворения обоим условиям ахроматизации при различных увеличениях в иммерсионных системах; наоборот, в случае репродукционного объектива удовлетворение обоих условий ахроматизма вполне возможно при различных увеличениях, так как первая и последняя среды одинаковы (воздух). Проф. Игнатовским условия ахроматизации были даны в следующем виде:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Для I пары сопряженных} \\ \text{точек (например } A \text{ и } A') \\ \sum_{s=1}^{s=m} h_s U_s = 0 \\ \sum_{s=2}^{s=m} h_s S_s U_s = 0 \\ \text{Для II пары сопряженных} \\ \text{точек (например } C \text{ и } C') \\ \sum_{s=1}^{s=m} H_s U_s' = 0 \\ \sum_{s=2}^{s=m} H_s R_s U_s' = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \delta n_1 = n_2 - n_1 = 0 \\ \delta n' = n_2' - n_1' = 0 \end{array} \quad (33)$$

Величины h_s , S_s и U_s относятся к лучу, проходящему через I пару точек; величины же H_s , R_s и U_s' — соответственные величины для II пары точек; необходимым и достаточным условием для соблюдения обоих условий ахроматизации независимо от увеличения было одновременное удовлетворение равенства каких-либо трех сумм нулю; четвертая сумма при этом обращается в нуль автоматически. Нетрудно видеть, что выведенные нами условия полностью удовлетворяют (33); так условию: $\delta p_{A'} = 0$ соответствует равенство

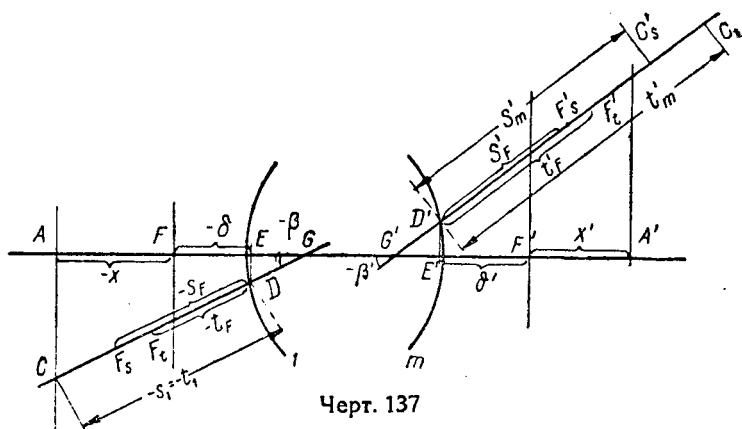
$$\sum_{s=1}^{s=m} h_s U_s = 0,$$

условию (25) соответствует дополнительно равенство

$$\sum_{s=1}^{s=m} H_s U_s' = 0$$

и условию (28) соответствует

$$\sum_{s=2}^{s=m} h_s S_s U_s = 0 \quad \text{и} \quad \frac{\Delta V}{V} = 0;$$



Черт. 137

четвертое условие, соответствующее

$$\sum_{s=2}^{s=m} H_s R_s U_s' = 0,$$

нами также получено автоматически.

3. Стабильность астигматической коррекции (черт. 137). Имеем: F и F' — передний и задний фокуса системы; F_s, F_s', F_t и F_t' — передний и задний фокуса саггитальных и меридиональных лучей на главном луче CD и $D'C_t'$, пересекающем первую и последнюю поверхности системы в точках D и D' и образующем углы с осью системы β и β' ; f, f', f_s, f_s', f_t и f_t' — соответствующие фокусные расстояния; AC — положение предметной плоскости; C — предметная точка, общая для саггитального и меридионального лучей; C_s' и C_t' — ее изображения для тех же лучей; S_F, S_F', t_F и t_F' — фокальные отрезки (расстояния) до соответствующих фокусов вдоль луча от первой и последней поверхностей.

Напишем формулу Ньютона для саггитального и меридионального лучей в случае $n_{m+1} = n_1 = 1$

$$\left. \begin{aligned} x_s x_s' &= f_s f_s' = -f_s^2 = (s_m' - s_F') (s_1 - s_F) \\ x_t x_t' &= f_t f_t' = -f_t^2 = (t_m' - t_F') (t_1 - t_F) \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

откуда легко находим s_m' и t_m'

$$s_m' = s_F' - \frac{f_s^2}{s_1 - s_F}; \quad t_m' = t_F' - \frac{f_t^2}{t_1 - t_F}. \quad (35)$$

Определим s_1 и t_1 в зависимости от увеличения $V = -\frac{f}{x}$; находим

$$s_1 \cos \beta = t_1 \cos \beta = \delta + x = \delta - \frac{f}{V}; \quad (36)$$

входя в (36) с (35),

находим

$$s_m' = s_F' - \frac{f_s^2 \cos \beta}{\delta - \frac{f}{V} - s_F \cos \beta}; \quad t_m' = t_F' - \frac{f_t^2 \cos \beta}{\delta - \frac{f}{V} - t_F \cos \beta}, \quad (37)$$

т. е. выражения, определяющие саггитальный и меридиональный отрезки от последней поверхности вдоль луча как функцию от увеличения. V. v. Merté¹ дает аналогичные выражения в несколько более сложной форме

$$s_m' = \frac{\frac{s_F'}{V} + \frac{f_s^2 \cos \beta + s_F s_F' \cos \beta - s_F' \delta}{f}}{\frac{s_F \cos \beta - \delta}{f} + \frac{1}{V}}; \quad (38)$$

$$t_m' = \frac{\frac{t_F'}{V} + \frac{f_t^2 \cos \beta + t_F t_F' \cos \beta - t_F' \delta}{f}}{\frac{t_F \cos \beta - \delta}{f} + \frac{1}{V}},$$

легко получаемые несложными преобразованиями из формул (37). Составляя разность из выражений (37), получаем выражение для астигматизма

$$t_m' - s_m' = t_F' - s_F' + \frac{f_t^2 \cos \beta}{\delta - \frac{f}{V} - t_F \cos \beta} - \frac{f_s^2 \cos \beta}{\delta - \frac{f}{V} - s_F \cos \beta}. \quad (39)$$

В частном случае $t_F = s_F$ и $f_t = f_s$ выражение (39) приводит нас к постоянству астигматизма независимо от увеличения

$$t_m' - s_m' = t_F' - s_F' = \text{const.} \quad (40)$$

Для полного же уничтожения астигматизма независимо от увеличения необходимо соблюдение дополнительного условия

$$t_F' - s_F' = 0, \quad (41)$$

т. е. иными словами необходимо совпадение обеих фокальных точек и обоих фокусных расстояний для саггитального луча с соответствующими им величинами для меридионального луча.

¹ Handbuch der Physik. Bd. XVIII S. 79 (18) und (19).

Составляя разность для саггитального луча

$$x_s = s_m' \cos \beta' - (x' + \delta') = s_m' \cos \beta' - (\delta' - Vf') \quad (42)$$

или аналогичную ей разность для меридионального луча

$$x_t = t_m' \cos \beta' - (x' + \delta') = t_m' \cos \beta' - (\delta' - Vf'), \quad (43)$$

мы будем иметь суждение об искривлении изображения в зависимости от увеличения V .

В заключение укажем без доказательства, что для уничтожения астигматизма и кривизны поверхности изображения при любых увеличениях необходимо соблюдение равенства фокусных длин f_s и f_t , f_s' и f_t' для саггитального и меридионального лучей и совпадения фокусов F_s и F_t , F_s' и F_t' , равенства углов β и β' (что возможно лишь при условии отсутствия аберрации в зрачках) и равенства фокусных длин f и f' системы проекциям фокусных длин вдоль луча.

4. Закон Фермата-Малюса. Закон синусов проф. Аббе. Условие Гершеля. В § 18 главы V мы несколько затронули вопрос о связи волновой и геометрической оптики; условие, необходимое для получения идеального изображения в геометрическом смысле, привело нас к требованию отсутствия волновой аберрации, или к условию одинакового числа колебаний при распространении света вдоль любого из лучей, соединяющих между собою светящуюся точку и ее изображение. Учитывая, что распространение света в различных средах происходит с различной скоростью (обратно-пропорциональной коэффициенту преломления среды, а следовательно и длине волны), мы получаем связь между геометрической длиной хода луча и так называемым оптическим путем луча; условие постоянства оптического пути (равносильное постоянству числа колебаний вдоль луча) для всех лучей, создающих изображение, имеет следующий вид

$$\sum_1^s n_i l_i = \text{const}, \quad (44)$$

где n_i — коэффициенты преломления сред, проходимых лучом, а l_i — геометрическая длина пути луча в этих средах. Условие (44) носит название закона Фермата-Малюса.

Установим теперь условие, необходимое для получения резкого изображения элемента предмета, расположенного перпендикулярно оси системы при широких пучках лучей (черт. 138), при условии, что точка A изображается резко системой в точке A' , что равносильно отсутствию сферической аберрации в точках A и A' или, что то же, равенству оптического пути вдоль любых из лучей, соединяющих точки A и A' .

Таким образом имеем, обозначая пути в квадратных скобках,

$$[A Q . . . Q' F' A'] = [A C . . . C' M A']. \quad (45)$$

Проводя из точки B элемента, не лежащей на оси системы, два луча, параллельно $AC . . .$ и $AQ . . .$, получаем, опуская пер-

пендикуляр BK из точки B на луч AC и рассматривая его как элемент некоторой плоской волны:

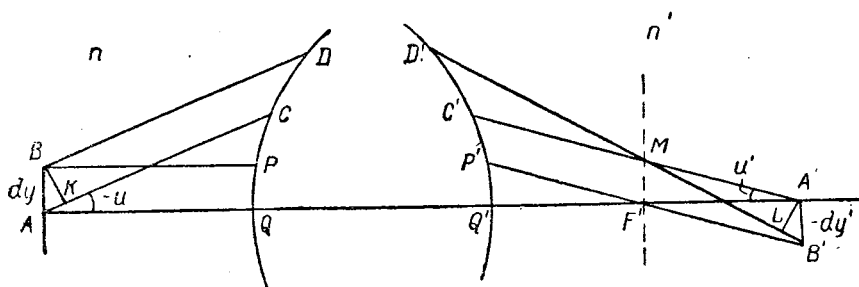
$$[BD \dots D'M] = [KC \dots C'M]. \quad (46)$$

Аналогично, рассматривая AB как элемент плоской волны, получаем

$$[BP \dots P'F'] = [AQ \dots Q'F'], \quad (47)$$

так как точки M и F' будут являться изображениями, образованными узкими пучками двух соответственных бесконечно удаленных точек. Требуя, чтобы точка B изобразилась резко в точке B' , имеем

$$[BD \dots D'MLB'] = [BP \dots P'F'B']. \quad (48)$$



Черт. 138

Входя в (48) с помощью (46) и (47),

$$[KC \dots C'M] + [MLB'] = [AQ \dots Q'F'] + [F'B'], \quad (49)$$

и, вычитая (45),

$$-[AK] + [MLB'] - [MA'] = [F'B'] - [F'A']. \quad (50)$$

Пренебрегая ошибками высшего порядка малости, имея в виду малость $A'B'$,

$$[AK] = [LB'], \quad (51)$$

откуда, вводя коэффициенты преломления n и n' :

$$n AK = n' LB' \quad (52)$$

или, заменяя AK из $\triangle ABK$ и LB' из $\triangle A'B'L$ через $-\sin u dy$ и через $-\sin u' dy'$:

$$n \sin u dy = n' \sin u' dy', \quad (53)$$

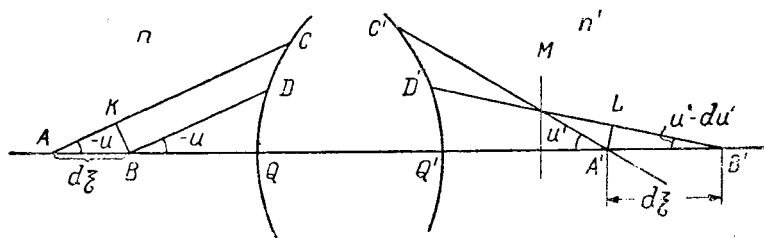
— выражение, называемое условием синусов проф. Аббе и переходящее при малых u и u' в инварианту Лагранж—Гельмгольца. Нетрудно получить аналогичное выражение для элемента $d\xi$, лежащего на оси системы (черт. 139). Опуская, как и ранее, из точки B перпендикуляр BK на AC и из A' перпендикуляр $A'L$ на $D'B'$, находим

$$[KC \dots C'M] = [BD \dots D'M]. \quad (54)$$

Имея $[AKC \dots C'MA'] = [ABQ \dots Q'A']$ (55)

и требуя $[BD \dots D'MLB'] = [BQ \dots Q'A'B']$, (56)

получаем $[KC \dots C'M] + [LB'] = -[AB] +$
 $+ [AKC \dots C'MA'] + [A'B']$, (57)



Черт. 139

или $[AB] - [AK] = [A'B'] - [LB']$,

откуда, вводя коэффициенты и величины $d\xi$ и u , находим, пренебрегая ошибками высшего порядка малости:

$$n(1 - \cos u) d\xi = n'[1 - \cos(u' + du')] d\xi' = n'(1 - \cos u') d\xi' \quad (58)$$

или $n \sin^2 \frac{u}{2} d\xi = n' \sin^2 \frac{u'}{2} d\xi'$, (59)

— выражение, называемое условием Гершеля; имея в виду, что продольное увеличение q

$$q = \frac{-d\xi'}{d\xi} = -\frac{f'}{f} V^2 = \frac{n'}{n} V^2 = -\frac{n'}{n} \left(\frac{dy'}{dy}\right)^2, \quad (60)$$

можно получить следующее выражение для условия Гершеля

$$n \sin \frac{u}{2} dy = n' \sin \frac{u'}{2} dy'. \quad (61)$$

Условие, не совместимое с условием Аббе за исключением случая:

$$u = u', \quad (62)$$

соответствующего случаю симметричного объектива.

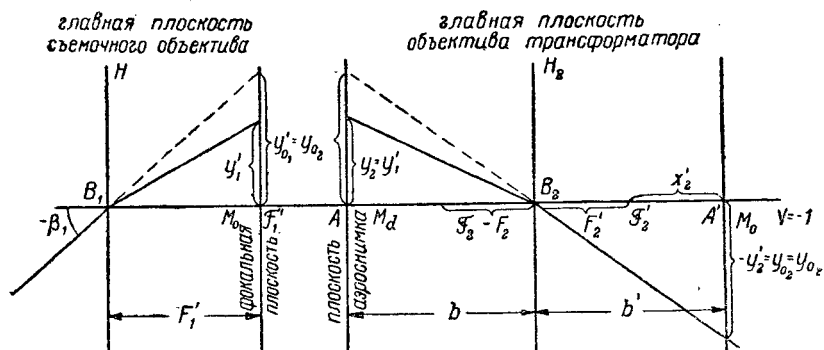
5. Развертывание дисторзироваанных снимков (ортотрансформация). Аэроснимки, сделанные дисторзирующей широкоугольной аэросъемочной оптикой (рассмотренной уже ранее нами в дополнениях к главам VII и VIII), нуждаются в процессе устранения дисторсии, даваемой съемочным объективом; этот про-

¹ А также и случая $\sin u = u$ (u мало), что соответствует оптике нулевых лучей (оптике Гаусса).

цесс носит название ортотрансформации и выполняется путем вторичной пересъемки аэроснимка специально рассчитанным объективом, обладающим дисторсией, равной по величине, но обратной по знаку дисторсии съемочного объектива. Схематически процесс ортотрансформации представлен на чертеже 140.

Из чертежа нетрудно видеть, что выполнение процесса ортотрансформации может быть осуществлено при любых значениях отрезков b и b' , совершенно независимо от фокусной длины F_1' съемочного объектива, так как для сохранения масштаба M_0 центральной части изображения (где дисторсия отсутствует) нам необходимо лишь выдерживать равенство отрезков — b и b' , определяющее равенство увеличения V минус единице, т. е.

$$V = -1 = -\frac{b'}{b} = \frac{y_0' z}{y_0 z} = -\frac{M_0}{M_0}. \quad (63)$$



Черт. 140

С другой стороны, на основании (7) § 2 главы I, следует

$$V = -1 = -\frac{x_2'}{F_2'}, \quad (64)$$

откуда

$$x_2' = F_2'. \quad (65)$$

Далее имеем

$$b' = x_2' + F_2' = 2F_2'. \quad (66)$$

Условие (66) может быть выполнено при любых значениях b' , так как нам важно лишь соотношение отрезков b и b' .

В силу этого нетрудно прийти к выводу, что ортотрансформация возможна при любых фокусных расстояниях ортотрансформирующего объектива. Представим себе, что позади ортотрансформирующего объектива поставлена некоторая оптическая система, обладающая некоторым увеличением V ; рассматривая ортотрансформирующий объектив и такую дополнительную систему совместно, легко видеть, что процесс ортотрансформации может быть совмещен с процессом увеличения.

Однако следует иметь в виду, что изменение увеличения такого рода ортотрансформирующего объектива путем изменения отрезков b и b' приводит к изменению дисторсии, в силу чего самый процесс ортотрансформации будет нарушен. Таким образом ортотрансформация возможна лишь при том и только том увеличении, на которое рассчитан ортотрансформирующий объектив.

Таблица основных элементов оптики аэрофотоаппаратов

№	Страна	Фирма	Название аэрофотоаппарата	Число объект.	Название объективов	Фокусное расстояние	Относительное отверстие	Поле зрения объектива	Поле перекрестка маршрута	Угол конвергенции квертикали	Формат снимка	Форма развертки всех снимков	Примечания
1	США	Ферчайльд	T-3-A	5	Аэротар	150 мм	1:6,8	70°	139°	43°	140×140 140×150	См. черт. 105	центральн. перспективн.
2	"	"	T-2-A	4	Тессар	165 185	1:4,5	58°	114°	35°	140×150	" черт. 105	"
3	Германия		Камера Ашенбреннера	9		53,5	1;6,8	70°	135°	54°		Квадрат	
4	СССР		Камера Дробышева	9	Тессар	135	1:4,5	58°	122°	45°	120×120	Круг. см. черт. 104	
5	"	ЦНИИГАК	Широкополосн. насадка к RMK ^c / ₃	1(3)	Mess-Flieger	210	1:4,5	65°	122°	38°	180×180	Квадрат и 2 трапеции	
6	Германия	C. Zeiss Jena	4RMK ^c / ₁	4	Ortometar	135	1:4,5	65°	84°	27°	120×120	Квадрат	
7	"	"	2RMK ^c / ₁	2	Mess-Flieger	210	1:4,5	62°	86°	20°	180×180	2 трапеции	
8	"	"	RMK ^c / ₁₁ с конусами	1 1 1 1	Flieger-Triplet Tessar Ortometar "	500 300 210 135	1:4,8 1:4,5 1:4,5 1:4,5	30° 46° 65° 65°	20° 34° 46° 48°	0° 0° 0° 0°	180×180 180×180 180×180 120×120	Квадрат " " " "	
9	СССР	ЦНИИГАК	Конус к RMK ^c / ₁₁	1	Лиар-6	100	1:5,4	100°	84°	0°	180×180	"	
10	"		АФА-13	1	Авиар	300	1:4,5	46°	34°	0°	180×180	"	
11	Англия		Игл 4 с конусами	1 1 1	X press " Wide Angle Xpress special	500 300 210	1:4,8 1:4,5 1:4,5	32° 50° 68°	26° 41° 56°	0° 0° 0°	165×225 165×225 165×225	Прямоугольник " "	
12	США	Кодак	K 1 с конусом	1 1	Триплет Тессар	500 300	1:4,8 1:4,5	34° 53°	27° 44°	0° 0°	180×240 180×240	" "	

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	3
Введение	4
Глава I. Основания теории солинейного сродства	5
§ 1. Основные положения. Правило знаков	5
§ 2. Линейное увеличение. Формула Ньютона	6
§ 3. Формула отрезков от главных точек. Угловое и продольное увеличение	9
§ 4. Сложная система. Телескопическая система	12
Глава II. Оптика нулевых лучей (оптика Гаусса)	16
§ 5. Инварианта Аббе. Инварианта Лагранж—Гельмгольца	16
§ 6. Простая линза в воздухе. Система 2-х линз	19
Глава III. Глаз	21
§ 7. Устройство глаза. Аккомодация. Разрешающая сила глаза с физиологической точки зрения	21
Глава IV. Общие сведения из теории оптических приборов	23
§ 8. Зрачки и люки	23
§ 9. Видимое увеличение	25
§ 10. Светосила. Светосила визуальной системы	26
§ 11. Потери света в оптических системах. Закон Френеля. Закон Ламберта	29
§ 12. Глубина фотографического объектива	32
Дополнения к главам I, II, III и IV.	34
Глава V. Учение об аберрациях.	45
§ 13. Сферическая аберрация	45
§ 14. Закон синусов. Кома	47
§ 15. Кривизна поверхности изображения. Астигматизм	49
§ 16. Дисторсия оптическая и фотограмметрическая	53
§ 17. Дисперсия стекла. Хроматизм	56
§ 18. Понятие о волновой аберрации. Дифракция. Разрешающая способность	60
Глава VI. Призмы	62
§ 19. Определения. Плоскопараллельная пластинка. Основная формула	62
§ 20. Отражательные призмы. Полное внутреннее отражение. Развертывание призмы в планпараллельную пластинку. Угол отклонения, даваемый призмами. Оборачивание изображения, даваемое призмами	66

§ 21. Конструкции призм	70
§ 22. Преломляющие призмы. Основная формула. Хроматическое рассеяние. Некоторые особые приемы конструирования призм	75
<i>Дополнения к главам V и VI</i>	79
Глава VII. Нормальные аэрофотообъективы	93
§ 23. Основные требования, предъявляемые к аэрофотообъективам	93
§ 24. Факторы, влияющие на качество аэроснимка	95
§ 25. Главнейшие типы нормальных аэрофотообъективов	101
§ 26. Длиннофокусные объективы. Телеобъективы	105
Глава VIII. Широкоугольная аэрофотосъемочная оптика	110
§ 27. Основные предпосылки к применению широкоугольной оптики	110
§ 28. Условия работы и общие свойства широкоугольной оптики	111
§ 29. Классификация методов построения широкоугольных оптических систем	114
§ 30. Оптика многообъективных аэрокамер	116
§ 31. Ортоскопическая широкоугольная оптика.	124
§ 32. Основные данные аэрофотообъектива Лиар-б.	126
<i>Дополнения к главам VII и VIII</i>	129
Глава IX. Трансформирующая оптика	139
§ 33. Приложение теории солинейного сродства к задаче трансформации	139
§ 34. Формулы приближенной трансформации	147
§ 35. Основные требования, предъявляемые к трансформирующей оптике	149
§ 36. Определение поля зрения и фокусной длины объектива трансформатора	152
Глава X. Оптика аппаратуры для развертывания перспективных снимков.	155
§ 37. Основные формулы	155
§ 38. Требования, предъявляемые к развертывающей оптике	160
§ 39. Распределение освещенности изображения при развертывании перспективных аэроснимков	162
§ 40. Роль плоскопараллельных стекол. Компенсация	165
§ 41. Пути развития развертывающей и трансформирующей оптики	168
Глава XI. Оптика репродукционная	169
§ 42. Требования, предъявляемые к репродукционной оптике. Фокусные длины. Габаритные размеры	169
§ 43. Основные свойства репродукционных объективов. Кривизна, относительное качество изображения	172
<i>Дополнения к главам IX, X и XI</i>	176

Ответственный редактор: *В. С. Игнатовский*. Технический редактор: *Р. Ар*
Сдано в набор 27/IX—35 г. Подписано к печати 16/IV—36 г. Тираж 1500. Уче
авторских листов 13,79. Ленгорлит № 9250. Издательский № 137. Формат бумага,
62 × 94. 12 печ. л. В 1 печ. л 55000 зн. Зак. № 465. 21 тип. ОГИЗ им. *Ив. Федо*
рова. Лнгр., Звенигородская 11.

- 50к

ЦЕНА 5 рублей
ГР-99-5-4

Цена установлена
заказчиком

11

5678